Промышленные контроллеры и АСУ, № 3, 2005, с.26-29.

Оптимизация температурного поля в открытых многокамерных системах

Андреев Д.А.

В работе рассмотрена статическая задача термостатирования здания, представленного как открытая система взаимосвязанных помещений или камер, возникающая при проектировании систем управления его температурным режимом. Дополнительную сложность накладывает применение в многослойной теплоизоляции помещений отражающей изоляции с воздушными прослойками, для которой дан метод расчета. Кроме того, решена задача нагрева излучением в общей постановке, в результате чего найдено условие, позволяющее построить систему оптимального управления излучающим нагревателем. При рассмотрении перечисленных задач были использованы методы необратимой термодинамики при конечном времени.

Содержание

Введение

Все большую актуальность в последние годы приобретает проблема энергосбережения. Причиной тому является главным образом высокая стоимость энергии. В строительстве такая задача возникает при проектировании систем управления температурным полем зданий при изменяющихся во времени температурах в помещениях. Здание можно представить как открытую систему помещений, взаимодействующих между собой и окружающей средой, и *задача термостатирования* состоит в том, чтобы с минимальными затратами энергии поддерживать в некоторых из помещений заданные температуры при произвольных температурах в остальных помещениях.

Впервые такая задача возникла в криогенной технике при расчетах так называемой «активной изоляции» криогенных камер, когда часть тепла отбирается из основной, а часть из промежуточных камер, в которых поддерживается температура более низкая, чем температура окружающей среды. Задача об активной изоляции рассмотрена в [1] для линейного закона теплопереноса и обратимых холодильных циклов, затем обобщена в [2] на случай необратимых циклов холодильных машин и в [3], где показано, для каких законов теплопередачи активная изоляция дает экономию энергии. Задача об активной изоляции представляет собой частный случай задачи термостатирования для последовательного соединения камер.

В строительстве основные пути снижения затрат на отопление и кондиционирование состоят в использовании многослойных ограждающих конструкций, включающих отражающую изоляцию с воздушными прослойками, и в применении в системах отопления и кондиционирования тепловых насосов. В данной работе дан метод расчета отражающей изоляции, термическое сопротивление которой зависит от распределения температуры в ограждающей конструкции, и рассматривается статическая задача термостатирования здания двумя вариантами системы воздушного кондиционирования.

1. Расчет отражающей изоляции

Отражающей изоляцией называют конструкцию, состоящую из одного или нескольких слоев сплошной изоляции, ограниченную с одной или двух сторон слоями отражающего материала (как правило, алюминиевая фольга) (рис.1). Многослойные ограждающие конструкции, использующие отражающую изоляцию, обязательно включают в себя воздушную прослойку, так как отражающая изоляция без нее неэффективна.

Термическое сопротивление воздушной прослойки зависит от многих факторов, основными из которых являются ее толщина δ и разность температур ограничивающих поверхностей $\Delta T = T_1 - T_2$. Аналитической модели для ее свойств не существует, однако по экспериментальным данным можно построить регрессионную зависимость для ее эквивалентного коэффициента теплопроводности $\lambda_э(\delta, \Delta T)$ [4]. Выражение для термического сопротивления воздушной прослойки $R_{вп}$ с учетом лучистого теплообмена получено в [5]:

$$\frac{1}{R_{вп}(\delta, T_1, T_2)} = \frac{\lambda_э(\delta, \Delta T)}{\delta} + \frac{C_{пр}}{10^8}[(T_1^2 + T_2^2)(T_1 + T_2)], \tag{1}$$

где $C_{пр}$ – приведенный коэффициент излучения, зависящий от коэффициентов излучения ограничивающих воздушную прослойку поверхностей C_1, C_2 и коэффициента излучения абсолютно черного тела C_S:

$$\frac{1}{C_{пр}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} - \frac{1}{C_S}, \qquad C_S = 5{,}67 \text{ Вт/(м}^2\text{ К}^4\text{)}. \tag{2}$$

Обозначим через $T_в$, $T_н$, $\alpha_в$, $\alpha_н$ заданные температуры и коэффициенты теплоотдачи воздуха внутри и снаружи конструкции, через T_i – температуры на границах слоев ($i = 0,...,n$) и через R_i – термическое сопротивление i-го слоя ($i = 1,...,n$). Для нахождения распределения температуры требуется решить систему уравнений

$$\alpha_в(T_в - T_0) = ... = \frac{1}{R_i}(T_{i-1} - T_i) = ... = \alpha_н(T_n - T_н) = q, \qquad i = 1,...,n, \tag{3}$$

где q – тепловой поток. Если ограждение состоит только из слоев сплошной изоляции, то при заданных свойствах i-го слоя (толщине δ_i, коэффициенте теплопроводности λ_i и известном термическом сопротивлении $R_i = \delta_i / \lambda_i$) линейная система (3) легко решается относительно неизвестных температур T_i и теплового потока q. Однако, если в ограждении присутствует m отражающих слоев, то, в силу формулы (1) система оказывается нелинейной и аналитически неразрешимой. Поэтому для расчета таких конструкций необходимо применять численные алгоритмы.

Рис.1. Схема ограждающей конструкции с отражающей изоляцией

2. Задача нагрева излучением

В помещениях большого объема, необходимо поддерживать температуру только в его определенной части и в течение некоторого времени с минимальными затратами энергии, например, обогрев излучающими отопительными приборами рабочей зоны заводского цеха. Таким образом, возникает задача управления температурой излучающего тела. Так как эта задача достаточно общая и может относиться не только к обогреву помещений, но и разнообразных тел, решим ее в общей постановке.

Найдем такой закон изменения температуры излучателя T_2, чтобы за ограниченное время τ нагреть тело с начальной температурой $T_1(0)$ и постоянной теплоемкостью c до заданной температуры $T_1(\tau)$ при минимальном производстве энтропии, характеризующем необратимые потери энергии. При этом $T_2 > T_1$ для любого момента времени $t \in [0, \tau]$.

Задача о минимальной диссипации запишется как

$$\sigma = \frac{1}{\tau}\int_0^{\tau} q(T_1, T_2)\left(\frac{1}{T_1} - \frac{1}{T_2}\right) dt \to \min_{T_2} \tag{4}$$

при условиях

$$\frac{dT_1}{dt} = -\frac{1}{c}\, q(T_1, T_2), \qquad T_1(0) = T_{10}, \tag{5}$$

$$\overline{q} = \frac{1}{\tau}\int_0^{\tau} q(T_1, T_2)\, dt. \tag{6}$$

Тепловой поток от излучателя к нагреваемому телу запишем в виде

$$q = \alpha(T_2^4 - T_1^4). \tag{7}$$

Здесь α – коэффициент теплопередачи от излучателя к телу, равный

$$\alpha = \frac{C_{\text{пр}}\, \varphi}{10^8} = \text{const}, \tag{8}$$

где φ – коэффициент облученности нагревателя отраженным от тела излучением; $C_{\text{пр}}$ – приведенный коэффициент излучения, определяемый по формуле (2), в которой C_1, C_2 – коэффициенты излучения тела и нагревателя. Из уравнения (5) выразим dt в форме

$$dt = -\frac{c}{q(T_1, T_2)}\, dT_1. \tag{9}$$

Подставляя полученное выражение в задачу (4)–(6), перепишем ее в виде

$$\sigma = -\frac{c}{\tau}\int_{T_1(0)}^{T_1(\tau)} \left(\frac{1}{T_1} - \frac{1}{T_2}\right) dT_1 \to \min_{T_2}, \tag{10}$$

при условиях

$$-\frac{c}{\tau}\int_{T_1(0)}^{T_1(\tau)} \frac{dT_1}{q(T_1, T_2)} = 1, \tag{11}$$

$$-\frac{c}{\tau}\int_{T_1(0)}^{T_1(\tau)} dT_1 = \overline{q}. \tag{12}$$

Функция Лагранжа для этой задачи имеет форму

$$R = \frac{c}{q(T_1, T_2)}\left[q(T_1, T_2)\left(\frac{1}{T_1} - \frac{1}{T_2} + \lambda_1\right) + \lambda_2 \right], \tag{13}$$

где λ_1, λ_2 – множители Лагранжа. Условие стационарности R по T_2 запишем как

$$q^2(T_1, T_2) = -\lambda_2 \frac{\partial q}{\partial T_2} T_2^2. \tag{14}$$

Подставляя в полученное условие стационарности закон теплообмена (7), получим

$$\frac{q(T_1, T_2)}{T_2^{5/2}} = \frac{\alpha(T_2^4 - T_1^4)}{T_2^{5/2}} = 2\sqrt{\lambda_2 \alpha}. \tag{15}$$

Таким образом, для процесса нагрева излучением какого-либо тела в каждый момент времени отношение теплового потока к температуре излучателя в степени 5/2 *должно быть постоянно:*

$$F(T_1,T_2)=\frac{\alpha(T_2^4-T_1^4)}{T_2^{5/2}}=\text{const}. \quad (16)$$

Это условие позволяет построить систему оптимального управления излучающим нагревателем, позволяющую так изменять температуру излучателя T_2 с течением времени при изменяющейся температуре нагреваемого тела T_1, чтобы производство энтропии в системе было минимальным.

3. Задача термостатирования

Здание представляет собой открытую термодинамическую систему с сосредоточенными параметрами, в которой необходимо обеспечить заданное температурное поле, причем на поддержание этого поля желательно затратить минимум энергии. Для поддержания заданного поля температур в такой системе необходимо подводить к ней потоки энергии. Если интенсивность управляемых потоков и точки их входа можно выбирать, возникает *задача оптимального термостатирования*, то есть задача поддержания заданного распределения температуры при минимальных затратах [6], [7]. Если число управляемых потоков конечно, то с их помощью можно поддерживать заданные значения вектора интенсивных переменных лишь в конечном числе точек.

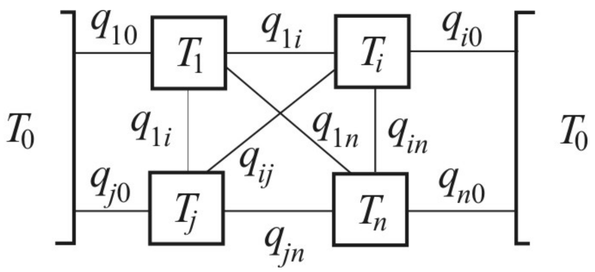
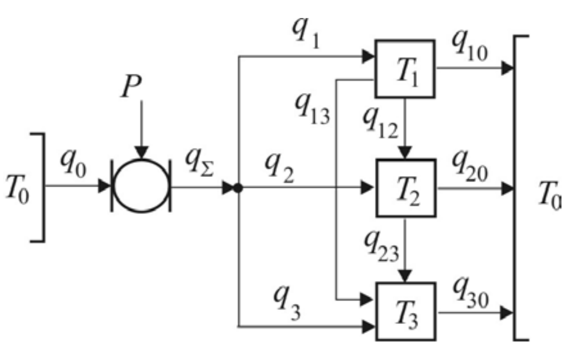


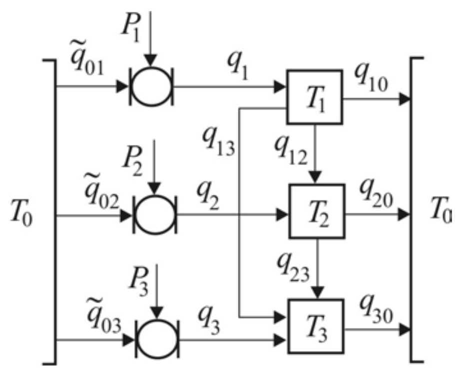
Рис.2. Структурная схема здания.

Здание рассмотрим как систему n взаимосвязанных помещений (рис.2) с температурами T_i (i = 1, ..., n), которые обмениваются между собой и окружающей средой ненулевыми потоками тепла q_{ij} (j = 0, ..., n) [7]. Через α_{ij} обозначим коэффициенты теплопередачи, теплообмен будем считать стационарным, а поток $q_{ij} = \alpha_{ij}(T_j - T_i)$ положительным, если он направлен из j-го помещения в i-е. Окружающая среда играет роль термодинамического резервуара, и ей присвоен индекс 0 (ноль). При этом не будем учитывать расходы энергии на вентиляцию помещений. Выделим два варианта построения такой системы:

A) С одним центральным кондиционером, когда в каждое помещение подводится (отводится) тепловой поток, составляющий часть от общего теплового потока, подаваемого (отводимого) в систему кондиционером (рис.3а).
B) С индивидуальным кондиционером для каждого помещения (рис.3б).



а)



б)

Рис.3. Структурные схемы систем с центральным кондиционером *(а)* и с индивидуальными кондиционерами *(б)*.

Воздушная система кондиционирования означает, что непосредственно в камеру подается теплоноситель – горячий (холодный) воздух – с температурой T_Σ, нагреваемый (охлаждаемый) кондиционером. В самой же камере происходит процесс смешения воздуха с теплоносителем. Давление, удельная объемная теплоемкость теплоносителя c постоянны, и объемный поток воздуха, покидающий i-ю камеру, равен потоку теплоносителя на ее входе g_i. Отметим, что для варианта A минимум затрат соответствует минимуму количества подводимого тепла. Будем считать, что теплоноситель (воздух) до подачи в тепловой насос проходит через теплообменник и повышает свою температуру от T_0 до T_{0c}.

Существенную роль играют отопительный и холодильный коэффициенты кондиционера, зависящие от таких факторов необратимости как мощность кондиционера P, коэффициенты теплопередачи рабочего тела с горячим и холодным источниками k_h, k_c и температуры этих источников T_{0h}, T_{0c}. Для линейного закона теплопереноса необратимая оценка отопительного коэффициента [8]

$$\eta_h^*(T_{0c},T_{0h},P,k_э)=1+\frac{1}{2P}\times\left[\sqrt{P^2+\frac{k_э(T_{0h}+T_{0c})}{2}P+\frac{k_э^2(T_{0h}-T_{0c})^2}{16}}-\right.$$
$$\left.-P-\frac{k_э(T_{0h}-T_{0c})}{4}\right], \tag{17}$$

а холодильного коэффициента

$$\eta_c^*(T_{0c},T_{0h},P,k_э)=\eta_h^*(T_{0c},T_{0h},P,k_э)-1. \tag{18}$$

Здесь $k_э$ – эквивалентный коэффициент теплопередачи, связанный с коэффициентами k_c, k_h

$$k_э=\frac{4\,k_h k_c}{k_h+k_c}. \tag{19}$$

Задачу термостатирования для системы с центральным кондиционером запишем как

$$I_A=\sum_{i=1}^{n}q_i=-\sum_{i=1}^{n}q_{i0}(T_i,T_0)\to\min_{T_i}, \tag{20}$$

при условиях

$$\sum_{j=0}^{n}q_{ij}(T_i,T_j)\le 0,\qquad i=1,...,n, \tag{21}$$

$$T_i=fix,\qquad i=0,...,m,\qquad m<n, \tag{22}$$

где I_A – суммарное подводимое тепло, а условия (21) соответствуют тому, что i-е помещение отапливается. Далее помещения с фиксированными температурами будем называть активными, а с нефиксированным – пассивными. Переменными в этой задаче являются температуры пассивных помещений T_i ($i=m+1,...,n$).

Решая задачу (20)-(22) с использованием теоремы Куна-Таккера, из условий дополняющей нежесткости

$$\sum_{j=0}^{n}\lambda_i q_{ij}(T_i,T_j)=0,\qquad \lambda_i\ge 0,\qquad i=m+1,...,n \tag{23}$$

получим, что в задаче отопления тепло нужно подводить только к активным помещениям. Поэтому оптимальные потоки тепла q_i и температуры активных помещений определяются уравнениями тепловых балансов

$$\sum_{j=0}^{n}q_{ij}(T_i,T_j)+cg_i(T_\Sigma-T_i)=0,\qquad i=1,...,m, \tag{24}$$

$$\sum_{j=0}^{n} q_{ij}(T_i, T_j) = 0, \qquad i = m+1,\dots,n, \tag{25}$$

при ограничениях на температуры (22).

Для линейного закона теплопереноса задача (20)-(22) становится задачей линейного программирования.

Задачу термостатирования для системы с индивидуальными кондиционерами запишем как

$$I_B = \sum_{i=1}^{n} P_i \to \min, \tag{26}$$

при условиях тепловых балансов

$$\sum_{j=0}^{n} q_{ij}(T_i, T_j) + P_i \cdot \eta_{hi}(T_{0c}, T_i, P_i, k_{эi}) - 3\,cS_i T_i = 0, \qquad i = 1,\dots,n \tag{27}$$

и ограничениях

$$P_i \geq 0, \qquad i = 1,\dots,n \tag{28}$$

$$T_{0c}, T_i = fix, \qquad i = 0,\dots,m, \qquad m < n, \tag{29}$$

$$S_i = fix, \qquad i = 1,\dots,n, \tag{30}$$

где S_i – площадь i-го помещения, а $3cS_i$ – тепловой поток, уносимый из i-го помещения с воздухом g_i. Искомыми в задаче (26)-(30) являются подводимые мощности P_i ($i = 1,\dots,n$) и температуры пассивных помещений T_i ($i = m+1,\dots,n$). Условия оптимальности, сформулированные через функцию Лагранжа

$$L = \sum_{i=1}^{n} \left\{ P_i \left[1 + \lambda_i \eta_{hi}(T_{0c}, T_i, P_i, k_{эi}) \right] + \lambda_i \sum_{j=0}^{n} q_{ij}(T_i, T_j) - 3\,c\lambda_i S_i T \right\}, \tag{31}$$

где λ_i – коэффициенты пропорциональности, которые с учетом формулы (17) приводят к соотношениям

$$\frac{\partial L}{\partial P_i} = 0 \;\Rightarrow\; 1 + \frac{1}{2P_i}\left[\sqrt{P_i^2 + \frac{k_э (T_i + T_{0c})}{2} P_i + \frac{k_э^2 (T_i - T_{0c})^2}{16}} - \right.$$
$$\left. - P_i - \frac{k_э (T_i - T_{0c})}{4} \right] + P_i \frac{\partial \eta_{hi}}{\partial P_i} = -\frac{1}{\lambda_i}, \quad i = 1,\dots,n, \tag{32}$$

$$\frac{\partial L}{\partial T_\nu} = 0 \;\Rightarrow\; P_\nu \lambda_\nu \frac{\partial \eta_{h\nu}}{\partial T_\nu} + \lambda_\nu \sum_{i=0}^{n} \frac{\partial q_{\nu i}}{\partial T_\nu} + \sum_{\substack{i=1 \\ i \neq \nu}}^{n} \lambda_i \frac{\partial q_{i\nu}}{\partial T_\nu} - 3\,c\lambda_\nu S_\nu = 0, \quad \nu = m+1,\dots,n, \tag{33}$$

которые вместе с формулами (17) и условиями (27) определяют искомые температуры пассивных помещений T_i ($i = m+1,\dots,n$) и мощности P_i ($i = 1,\dots,n$).

При решении задачи термостатирования нужно учесть еще условия вентилируемости помещений. По строительным нормам воздух в жилом помещении должен обновляться не менее 1 раза в час [9]. Обычно расчетную высоту помещения принимают равной 3 метрам. Тогда на расходы воздуха в помещениях наложены ограничения

$$g_i \geq 3S_i, \qquad i = 1,\dots,n, \tag{34}$$

где S_i – площадь i-го помещения.

В случае системы с центральным кондиционером из теплового баланса

$$q_i = cg_i (T_\Sigma - T_i), \qquad i = 1,\dots,n \tag{35}$$

и ограничений (34) имеем, при найденных из задачи термостатирования (20)-(22) потоках q_i,

$$T_\Sigma = \min_i \left\{ \frac{q_i}{3S_i c} + T_i \right\}, \qquad i = 1,\dots,n, \tag{36}$$

причем минимум ищется только для тех i, для которых $q_i > 0$. Расходы воздуха находим из балансов (35) при известной температуре теплоносителя T_Σ.

В случае системы с индивидуальными кондиционерами, при найденных из задачи термостатирования (26)-(30) потоках $q_i = P_i \eta_{hi}(T_{0c}, T_i, P_i, k_{эi}) - 3cS_i T_i$, температуры

$$T_{\Sigma i} = \frac{q_i}{cg_i} + T_i = \frac{q_i}{3S_i c} + T_i, \qquad i = 1,\dots,n. \tag{37}$$

Учет затрат мощности на создание конвективного потока позволяет определить оптимальные расходы воздуха. Мощность i-го теплового насоса связана с температурами теплоносителя на входе T_{0c} и выходе $T_{\Sigma i}$ из теплового насоса ($T_{0c} < T_{\Sigma i}$) при заданном передаваемом помещению тепловом потоке q_i выражением

$$P_i(T_{\Sigma i}) = \frac{T_{\Sigma i} - T_{0c} + q_i / k_{эi}}{T_{\Sigma i} + q_i / k_{эi}}. \tag{38}$$

Затрачиваемая мощность на создание конвективного потока теплоносителя обычно пропорциональна квадрату расхода:

$$P_{кi}(T_{\Sigma i}) = \alpha_{кi} g_i^2 (T_{\Sigma i}), \tag{39}$$

где $\alpha_{кi}$ – коэффициент, учитывающий гидравлические потери; а объемный расход g_i зависит от температуры $T_{\Sigma i}$. Оптимальные температура и расходы теплоносителя находят из условия минимума суммарных затрат мощности.

Заключение

В работе здание представлено как система взаимосвязанных помещений (камер), в которой температурное поле поддерживается активной подсистемой воздушного кондиционирования на основе тепловых насосов в случае задачи отопления и кондиционеров в случае задачи охлаждения. Построены термодинамические модели и решены задачи оптимального термостатирования здания двумя вариантами кондиционирования с учетом условий вентилируемости помещений. Приведен метод расчета термического сопротивления отражающей изоляции с воздушной прослойкой, которое зависит от температурного поля здания и поэтому тесно связано с задачей термостатирования. Для задачи обогрева излучающим источником тепла найдено условие, благодаря которому возможно построение системы оптимального управления излучателем.

Результаты работы позволяют решать следующие задачи:

1. Сравнивать кондиционеры с различными системами теплообмена (жидкостными, газовыми, жидкостно-газовыми).
2. Оценивать влияние различных параметров системы теплообмена на ее эффективность.
3. Рассчитывать оптимальное поле температур в системе термостатирования.
4. Построить систему оптимального управления температурным режимом здания.

Литература

[1] *Мартыновский В.С.* Циклы, схемы и характеристики теплотрансформаторов. – М.: Энергия, 1979.

[2] *Софиев М.А.* К расчету активной тепловой изоляции // Теоретические основы химической технологии, № 3, 1988, с.150-157.

[3] *Anatoly M. Tsirlin, Michail A. Sofiev, Vladimir A. Kazakov.* Finite-time thermodynamics. Active potentiostatting // J. Phys. D: Appl. Phys., 31 (1998), 2264-2268.

[4] *Фокин К.Ф.* Строительная теплотехника ограждающих частей зданий. – М., 1974.

[5] *Андреев Д.А., Могутов В.А., Цирлин А.М.* Выбор расположения слоев ограждающей конструкции с учетом предотвращения внутренней конденсации // Строительные материалы, № 12, 2001, с.42-45.

[6] *Tsirlin A.M., Andreev D.A., Mogutov V.A., Kazakov V.A.* Optimal Thermostatting // Int. J. Thermodynamics, Vol.6 (No.2), June-2003, pp.79-84.

[7] *Цирлин А.М., Андреев Д.А., Могутов В.А.* Термодинамический анализ задачи термостатирования // Известия Академии наук. Энергетика., № 5, 2003, с.96-103.

[8] *Цирлин А.М.* Методы оптимизации в необратимой термодинамике и микроэкономике. – М.: Физматлит, 2003.

[9] СНиП 2.04.05-91*. Отопление, вентиляция и кондиционирование воздуха / Госстрой России. – М.: ГУП ЦПП, 1999.