ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ХИМИЧЕСКОЙ ТЕХНОЛОГИИ, 2008, том 42, № 2, с. 214–221

УДК 66.01.011

МИНИМАЛЬНАЯ НЕОБРАТИМОСТЬ, ОПТИМАЛЬНОЕ РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ПОВЕРХНОСТИ И ТЕПЛОВОЙ НАГРУЗКИ ТЕПЛООБМЕННЫХ СИСТЕМ

© 2008 г. А. М. Цирлин, А. А. Ахременков, И. Н. Григоревский

Институт программных систем РАН, г. Переславль-Залесский, Ярославская область

tsirlin@sarc.botik.ru

Поступила в редакцию 04.12.2006 г.

Получена оценка минимального производства энтропии, соответствующие ей распределения поверхностей теплообмена и температур контакта для систем теплообмена с заданной суммарной тепловой нагрузкой и коэффициентом теплопереноса. Доказано, что для теплового потока, пропорционального разности температур, отношения температур контактирующих потоков в любой точке системы должны быть одинаковы, как и температуры греющих потоков на ее выходе.

Предельные возможности технологических систем (тепловых и холодильных машин, систем разделения, химических реакторов и пр.), основанные на соотношениях термодинамики обратимых процессов (кпд Карно, обратимая работа разделения), очень важны, но как правило сильно завышены. Они не учитывают интенсивности потоков, поверхностей контакта и других факторов, связанных с заданной производительностью и конечными размерами аппаратов. В некоторых же случаях обратимые оценки вообще становятся бессмысленными. В частности, это относится к стационарным неравновесным системам, в которых имеется несколько резервуаров или поступают извне потоки вещества и энергии. Примером таких систем являются теплообменники, оценка термодинамического совершенства которых требует учета ограниченной поверхности контакта (интегрального коэффициента теплообмена) и тепловой нагрузки – количества теплоты, передаваемой в единицу времени от горячих к холодным потокам. Для оценки совершенства таких систем используют эксергитический подход, сравнивая системы по потерям эксергии в каждой из них. Последние пропорциональны производству энтропии и температуре окружающей среды T_0. Минимуму потерь эксергии при заданных температурах горячих потоков на входе в теплообменник и фиксированной тепловой нагрузке соответствует максимум средней температуры холодных потоков на выходе теплообменника.

В данной работе решена задача оценки минимально возможного производства энтропии (диссипации), а значит потерь эксергии в теплообменной системе.

Такая оценка показывает, как влияют на возможности системы те или иные факторы (температура и водяной эквивалент потоков, тепловая нагрузка, коэффициент теплообмена и пр.); позволяет охарактеризовать термодинамическую эффективность теплообменной системы путем сравнения фактического производства энтропии с минимально возможным; дает возможность при проектировании новых систем воспользоваться условиями оптимальности теплообмена, с тем чтобы приблизить конфигурацию проектируемой системы к идеальной.

Для получения термодинамической оценки эффективности многопоточного теплообмена воспользуемся оценкой, найденной для двухпоточного теплообменника [3, 4] – теплообменной ячейки. Затем рассмотрим задачу о минимальной диссипации для совокупности таких ячеек, связанных общими ограничениями на поверхность контакта и тепловую нагрузку. Наконец, приведем пример использования полученной оценки.

ДВУХПОТОЧНЫЙ ТЕПЛООБМЕН

Производство энтропии в термодинамической системе можно найти двумя способами. Если система функционирует, то его можно вычислить, зная параметры входящих потоков и потоков, покидающих систему. Если же решают задачу проектирования, то производство энтропии можно выразить через кинетические закономерности, коэффициенты тепло- и массопереноса и пр. как произведение потоков на движущие силы. Первоначально воспользуемся первым подходом и найдем, как связано производство энтропии в двухпоточном теплообменнике с параметрами входных и выходных потоков.

Известно [2], что дифференциал молярной энтропии может быть выражен через теплоемкость вещества, прирост температуры и давления:

$$ds = \frac{c_p}{T}dT - \left(\frac{\partial v}{\partial T}\right)_p dp, \quad (1)$$

где c_p – молярная теплоемкость при постоянном давлении, а v – молярный объем. Интегрирование этого выражения от начальных до конечных значений температуры и давления позволяет найти прирост молярной энтропии. Если известен молярный расход потока, то, умножив этот прирост на расход, получим производство энтропии, связанное с изменением параметров данного потока. Просуммировав эти величины по всем потокам, найдем производство энтропии в выделенной технологической системе.

В частности, для идеального газа, теплоемкость которого зависит только от температуры, а $(dv/dT)_p = R/p$, прирост молярной энтропии равен

$$s - s_0 = \int_{T_0}^{T}\frac{c_p}{T}dT - R\ln\frac{p}{p_0}, \quad (2)$$

где R – универсальная газовая постоянная.

Для жидкостей с постоянной теплоемкостью при постоянном давлении

$$s - s_0 = c_p\ln\left(\frac{T}{T_0}\right), \quad (3)$$

а прирост энтропии σ_i за счет изменения состояния i-го потока равен произведению его водяного эквивалента на логарифм отношения абсолютных температур на выходе и входе системы:

$$\sigma_i = W_i\ln\left(\frac{T}{T_0}\right), \quad i = 1, 2. \quad (4)$$

Производство энтропии $\sigma = \Sigma\sigma_i$ – суммарной разнице потоков энтропии на выходе и входе системы.

Запишем связь производства энтропии в двухпоточном теплообменнике с водяными эквивалентами потоков W_1 и W_2, их температурами на входе T_{10}, T_{20} и выходе $\bar{T}_1$, $\bar{T}_2$ при заданной тепловой нагрузке $\bar{q}$:

$$\sigma = \sigma_1 + \sigma_2 = W_1\ln\left(\frac{T_{10} - \bar{q}/W_1}{T_{10}}\right) + W_2\ln\left(\frac{\bar{T}_2}{\bar{T}_2 - \bar{q}/W_2}\right). \quad (5)$$

Допустим, что параметры первого (горячего) потока и тепловая нагрузка фиксированы, а значит фиксировано и значение σ_1. Тогда из (5) следует связь выходной температуры нагреваемого потока с производством энтропии

$$\bar{T}_2 = \frac{\bar{q}}{W_2\left(1 - \exp\left[-\frac{\sigma - \sigma_1}{W_2}\right]\right)}. \quad (6)$$

Выходная температура нагреваемого потока монотонно увеличивается с уменьшением производства энтропии. Аналогичные выкладки для многопоточных теплообменников приводят к подобной связи между производством энтропии и средневзвешенной с учетом водяных эквивалентов температурой нагреваемых потоков.

Рассмотрим теплообменник с двумя потоками и найдем минимальное производство энтропии σ в нем при заданной входной температуре T_0 греющего потока, его водяном эквиваленте W, тепловой нагрузке $\bar{q}$ и интегральном коэффициенте теплообмена $\bar{\alpha}$. Через l обозначим текущую координату контакта элемента греющего потока, которая изменяется от нуля до L, а через $q(u, T)$ – поток теплоты в сечении l. Температуру нагреваемого потока обозначим через $u(l)$.

Формальная постановка задачи примет вид:

$$\sigma = \int_0^L q(u, T)\left(\frac{1}{u} - \frac{1}{T}\right)dl \longrightarrow \min_{u(l)} \quad (7)$$

при условиях

$$\frac{dT}{dl} = -\frac{q(u, T)}{W}, \quad T(0) = T_0, \quad (8)$$

$$\int_0^L q(u, T)dl = \bar{q}. \quad (9)$$

Для получения оценок предположим, что закон изменения $u(l)$ и связанный с ним закон теплоотвода $q(u, T)$ подлежат оптимальному выбору. После получения решения выясним возможности их реализации.

Воспользовавшись тем, что правая часть в (8) сохраняет знак, упростим задачу, сделав замену

$$dl = -\frac{dTW}{q(u, T)}. \quad (10)$$

Приходим к постановке

$$\sigma = W\int_{T(L)}^{T_0}\left(\frac{1}{u} - \frac{1}{T}\right)dT \longrightarrow \min_{u(T)}, \quad (11)$$

$$W\int_{T(L)}^{T_0} dT = \bar{q}, \quad (12)$$

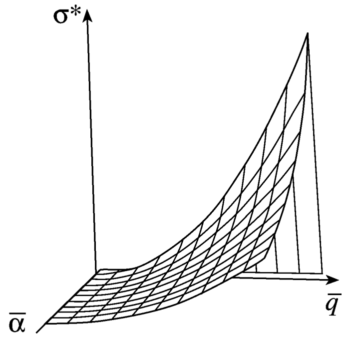

Рис. 1. Граница достижимости для двухпоточного теплообменника при $W = 1$, $T_0 = 370$ K.

$$W\int_{T(L)}^{T_0}\frac{\overline{dT}}{q(u,T)} = L. \quad (13)$$

Из условия (12)

$$T(L) = T_0 - \overline{\frac{q}{W}}. \quad (14)$$

Если водяной эквивалент W (теплоемкость потока) зависит от T, то функцию $W(T)$ следует внести внутрь интегралов в (12)–(13). Для простоты далее считаем водяной эквивалент константой.

Запишем функцию Лагранжа и условия оптимальности задачи (11), (13) в предположении невырожденности решения

$$L = \left(\frac{1}{u} - \frac{1}{T}\right) + \frac{\lambda}{q},$$
$$\frac{\partial L}{\partial u} = 0 \longrightarrow -\frac{1}{u^2} - \frac{\lambda}{q^2}\frac{\partial q}{\partial u} = 0 \quad (15)$$

или

$$\left(\frac{q(u,T)}{u}\right)^2 \Big/ \frac{\partial q}{\partial u} = -\lambda. \quad (16)$$

Равенства (13, 16), позволяют найти $u^*(T)$ и λ.

Конкретизируем их для закона теплообмена

$$q = \alpha(T-u). \quad (17)$$

Получим

$$\alpha\left(\frac{T}{u} - 1\right)^2 = \lambda, \quad \forall l. \quad (18)$$

Условие (13) примет форму

$$\int_{T(L)}^{T_0}\frac{dT}{\alpha(T-u)} = \frac{L}{W}. \quad (19)$$

Соотношения (18), (19) определяют $u^*(T, \alpha, \lambda)$ и множитель Лагранжа λ. В том случае, когда коэффициент теплопередачи постоянен, введем его интегральное значение $\bar{\alpha} = \alpha L$.

По условию (18) отношение $\frac{u}{T}$ постоянно. Обозначим

$$\frac{u}{T} = m < 1, \quad (20)$$

и перепишем (19) в форме

$$\int_{T(L)}^{T_0}\frac{dT}{T(1-m)} = \frac{\bar{\alpha}}{W}.$$

Откуда

$$m = 1 - \frac{W}{\bar{\alpha}}\ln\frac{T_0}{T_0 - \bar{q}/W}. \quad (21)$$

Уравнение (8) примет форму

$$\frac{dT}{dl} = -\bar{\alpha}T(1-m) \longrightarrow T^*(l) = T_0 e^{-\frac{\bar{\alpha}(1-m)}{LW}l},$$
$$u^*(l) = mT^*(l). \quad (22)$$

Минимально достижимое производство энтропии с учетом (21)

$$\sigma^* = W\left(\frac{1}{m} - 1\right)\int_{T(L)}^{T_0}\frac{dT}{T} = \frac{W^2\ln^2\frac{T_0}{T_0 - \bar{q}/W}}{\bar{\alpha} - W\ln\frac{T_0}{T_0 - \bar{q}/W}} =$$
$$= \bar{\alpha}\frac{(1-m)^2}{m}. \quad (23)$$

Отметим, что выражения (21), (23) не содержат параметров нагреваемого потока, так как температура этого потока $u^*(l)$ связана с $T^*(l)$ условием оптимальности (18) и вытекающим из него равенством (22).

Условие $\sigma \ge \sigma^*$ при фиксированных значениях W и T_0 определяет в пространстве с координатами σ, $\bar{q}$, $\bar{\alpha}$ область достижимых процессов теплообмена, расположенную выше границы, соответствующей оптимальной организации процесса (рис. 1). На этой границе достигается максимум тепловой нагрузки при фиксированном общем коэффициенте теплообмена и минимум поверхности теплообмена при заданной тепловой нагрузке.

Нетрудно показать [4], что закон изменения температуры нагреваемого потока (22), а значит и минимальное производство энтропии (23) может быть достигнуто в противоточном трубчатом теплообменнике с неизменным по длине коэффициентом теплообмена α, если водяной эквивалент нагреваемого потока

$$W_1 = \frac{W}{m}, \tag{24}$$

а температура этого потока на входе в теплообменник выбрана как в:

$$u(L) = T(L)m = \left(T_0 - \frac{\bar{q}}{W}\right)m. \tag{25}$$

Выражение (23) позволяет, найдя производство энтропии для произвольного реального двухпоточного теплообменника как

$$\begin{gathered} \sigma = W\ln\frac{T_{0\text{вых}}}{T_{0\text{вх}}} + W_1\ln\frac{T_{1\text{вых}}}{T_{1\text{вх}}}, \\ \bar{q} = W(T_{0\text{вх}} - T_{0\text{вых}}), \end{gathered} \tag{26}$$

сравнить его с σ^*. При этом $\bar{\alpha}$ в (23) – общий коэффициент теплопередачи рассматриваемого теплообменника. Отношение $\eta = \frac{\sigma^*}{\sigma} \le 1$ характеризует степень термодинамического совершенства теплообмена.

Пример. Найдем коэффициент термодинамического совершенства теплообменника, в котором гидродинамика каждого из потоков характеризуется режимом идеального смешения, температура греющего потока на входе $T_0 = 350$ K, его водяной эквивалент $W = 10$ Вт/K, коэффициент теплообмена $\bar{\alpha} = 40$ Вт/K и тепловая нагрузка $\bar{q} = 1000$ Вт заданы. Минимально возможное производство энтропии σ^* при этих условиях равно 0.31 Вт/K соответственно. По формуле (29) имеем

$$\sigma = W\ln\frac{T_0 - \bar{q}/W}{T_0} + W_1\ln\frac{T_0 - \bar{q}/W - \bar{q}/\bar{\alpha}}{T_0 - \bar{q}/W - \bar{q}/\bar{\alpha} - \bar{q}/W_1}. \tag{27}$$

По условию неотрицательности входной температуры нагреваемого потока $W_1 > \frac{\bar{q}}{T_0 - \bar{q}/\alpha - \bar{q}/W} = 4.44$ Вт/K. Первое слагаемое в правой части этого равенства фиксировано и равно –3.36 Вт/K. После раскрытия неопределенности по правилу Лопиталя можно показать, что второе слагаемое в правой части равенства (27) уменьшаясь, стремится к значению 4.44 Вт/K при стремлении водяного эквивалента W_1 к бесконечности. Так что для рассматриваемого типа теплообменника показатель эффективности η не превосходит значения 0.31/1.08 = 0.29. На рис. 2 показана зависимость $\eta(W_1)$.

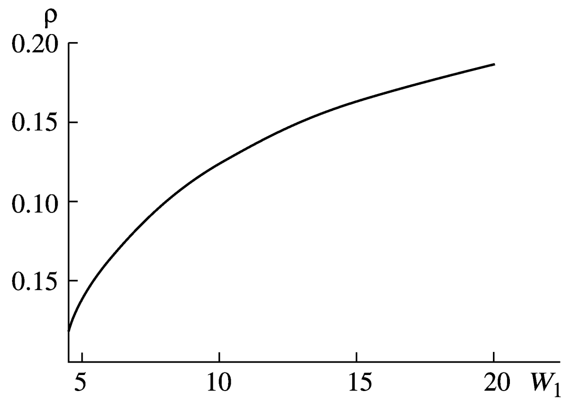

Рис. 2. Зависимость показателя термодинамического совершенства теплообменника смешения от водяного эквивалента W_1.

МНОГОПОТОЧНЫЙ ТЕПЛООБМЕН

Расчет сложных систем теплообмена с несколькими охлаждаемыми и нагреваемыми потоками предполагает выбор температур контактирующих потоков, распределение поверхностей теплообмена и тепловых нагрузок. Для решения этой весьма непростой задачи используют многочисленные подходы и различные частные критерии [5–9], среди которых имеются и эвристические алгоритмы.

Получим оценку снизу для производства энтропии в многопоточной теплообменной системе и соответствующие этой оценке законы изменения температур контактирующих потоков, распределение коэффициентов теплообмена и тепловой нагрузки между теплообменниками. Такая оценка позволит найти показатель η термодинамической эффективности действующей системы, а проектирование системы проводить таким образом, чтобы в максимальной степени приблизить показатели к найденной оценке, а распределения температур и поверхностей контакта к тем распределениям, которым эта оценка соответствует.

Постановка задачи. Для определенности будем считать заданными параметры греющих потоков: температуры T_0 на входе в теплообменник и водяные эквиваленты $W(T_0)$. При этом предполагается, что все потоки, имеющие одну и ту же температуру T_0, объединены в один поток с суммарным водяным эквивалентом

$$W(T_0) = \sum_i g_i c_i,$$

где $g_i(T_0)$ и $c_i(T_0)$ – расход и теплоемкость i-го потока температурой T_0.

Зависимость $W(T_0)$ будем считать известной и первоначально для простоты непрерывной. В том случае, когда множество входных температур дискретно, расчетные соотношения претерпят очевидные изменения, которые приведены ниже.

Обозначим через T_{01} и T_{02} минимальное и максимальное значения температуры T_0 горячих потоков; $q(T_0)$ – тепловую нагрузку для потока, имеющего температуру T_0; $\alpha(T_0)$ – коэффициент теплопроводности для того же потока.

Распределение поверхности контакта между потоками эквивалентно распределению эффективных коэффициентов теплообмена, поэтому будем предполагать фиксированным

$$\bar{\alpha} = \int_{T_{01}}^{T_{02}} \alpha(T_0)dT_0, \quad \alpha(T_0) \geq 0, \tag{28}$$

как и суммарную тепловую нагрузку

$$\bar{q} = \int_{T_{01}}^{T_{02}} q(T_0)dT_0. \tag{29}$$

Когда T_0, $W(T_0)$ и $\bar{q}$ заданы, фиксирована и средняя энтальпия горячих потоков на выходе системы.

Температуры греющих потоков на выходе из системы теплообмена связаны с температурой на входе и тепловой нагрузкой как

$$T_{\text{вых}}(T_0) = T_0 - q(T_0)/W(T_0). \tag{30}$$

Потребуем минимума производства энтропии

$$\bar{\sigma} = \int_{T_{01}}^{T_{02}} \sigma(T_0)(dT_0) \longrightarrow \min_{u(T,\, T_0),\, \alpha(T_0),\, q(T_0)}, \tag{31}$$

где $u(T, T_0)$ – температура холодного потока при контакте с горячим, имеющим входную температуру T_0 и текущую T.

Получение расчетных соотношений. Проведем решение задачи (28)–(31) в два этапа, на первом из которых будем считать $q(T_0)$ и $\alpha(T_0)$ заданными при всех $T_0 \in [T_{01}, T_{02}]$ и при этих условиях найдем связь текущих температур нагреваемых и греющих потоков u и T, соответствующих минимуму производства энтропии $\sigma(T_0)$ для греющего потока, имеющего начальную температуру T_0. На втором этапе найдем такие распределения поверхности контакта и тепловой нагрузки, $\alpha(T_0)$ и $q(T_0)$, которые минимизируют $\bar{\sigma}$ при ограничениях (28) и (29).

Первая задача решена ранее, ее решение приводит к соотношениям (21), (23) для каждого значения входной температуры горячего потока:

$$\frac{u(T, T_0)}{T(T_0)} = m(T_0) = 1 - \frac{W(T_0)}{\alpha(T_0)} \ln \frac{T_0}{T_0 - \dfrac{q(T_0)}{W(T_0)}}, \tag{32}$$

$$\sigma^*(T_0) = \alpha(T_0) \frac{(1 - m(T_0))^2}{m(T_0)}. \tag{33}$$

Второй этап решения сводится к задаче распределения α и q по условию

$$\bar{\sigma} = \int_{T_{01}}^{T_{02}} \sigma^*[T_0, \alpha(T_0), W(T_0), q(T_0)]dt_0 \longrightarrow \min_{\alpha \geq 0,\, q \geq 0} \tag{34}$$

при условиях (28) и (29). Функция Лагранжа этой задачи имеет вид

$$L = \sigma^*(T_0, \alpha, W, q) - \lambda_1 \alpha(T_0) - \lambda_2 q(T_0).$$

где λ_1 и λ_2 – некоторые константы, не зависящие от T_0.

Условия стационарности L по α и q приводят к равенствам

$$\frac{\partial \sigma^*}{\partial \alpha} = \lambda_1, \quad \frac{\partial \sigma^*}{\partial q} = \lambda_2. \tag{35}$$

Для вычисления производных в (35) предварительно выпишем производные

$$\frac{\partial m}{\partial \alpha} = \frac{W(T_0)}{\alpha^2(T_0)} \ln \frac{T_0}{T_{\text{вых}}} = \frac{1 - m(T_0)}{\alpha(T_0)},$$

$$\frac{\partial m}{\partial q} = -\frac{1}{\alpha(T_0) T_{\text{вых}}(T_0)},$$

$$\frac{\partial \sigma^*}{\partial m} = \alpha(T_0) \frac{m^2 - 1}{m^2}.$$

С учетом этих выражений после несложных выкладок условия (35) примут вид

$$\frac{\partial \sigma^*}{\partial \alpha} = -\left(\frac{1 - m(T_0)}{m(T_0)}\right)^2 = \lambda_1, \tag{36}$$

$$\frac{\partial \sigma^*}{\partial q} = -\frac{m^2(T_0) - 1}{m^2(T_0) T_{\text{вых}}(T_0)} = \lambda_2, \tag{37}$$

или

$$T_{\text{вых}}(T_0) = \frac{1 - m^2(T_0)}{m^2(T_0)\lambda_2}. \tag{38}$$

Из условия (36) следует, что при оптимальной организации теплообмена величина m не зависит от T_0, а, значит, как видно, из (38) одинакова для всех потоков и температура на выходе $T_{вых}(T_0) = \bar{T}$.

Величина $\bar{T}$ однозначно определена условием (29), так как

$$\bar{q} = \int_{T_{01}}^{T_{02}} W(T_0)(T_0 - \bar{T})(dT_0). \tag{39}$$

Введем обозначения

$$\overline{W} = \int_{T_{01}}^{T_{02}} W(T_0)dT_0, \tag{40}$$

$$\overline{T_0 W} = \int_{T_{01}}^{T_{02}} T_0 W(T_0)dT_0, \tag{41}$$

тогда

$$\bar{T} = \frac{\overline{T_0 W} - \bar{q}}{\overline{W}}. \tag{42}$$

Таким образом при оптимальной организации многопоточного теплообмена отношение температур горячих и холодных потоков в любой точке контакта и температуры потоков на выходе из системы должны быть одинаковы.

Чтобы выразить значение m через исходные данные перепишем условие (32) в форме

$$\alpha(T_0) = \frac{W(T_0)(\ln T_0 - \ln \bar{T})}{1 - m}. \tag{43}$$

По условию неотрицательности $\alpha(T_0)$ должно быть выполнено неравенство $T_0 \ge \bar{T}$, т.е. в системе теплообмена должны быть использованы только те горячие потоки, температуры которых больше, чем $\bar{T}$. Если $T_{01} < \bar{T}$, то во всех интегралах в качестве нижнего предела должна фигурировать вместо T_{01} температура $\bar{T}$.

Интегрируя левую и правую части равенства (43) и учитывая, что интегральный коэффициент теплообмена задан, найдем значение m

$$m = 1 - \frac{1}{\bar{\alpha}} \int_{T_{01}}^{T_{02}} W(T_0)(\ln T_0 - \ln \bar{T})dT_о. \tag{44}$$

Так что оптимальное распределение коэффициентов теплообмена

$$\alpha(T_0) = \bar{\alpha} \frac{W(T_0)(\ln T_0 - \ln \bar{T})}{\int_{T_{01}}^{T_{02}} W(T_0)(\ln T_0 - \ln \bar{T})dT_о}, \tag{45}$$

распределение тепловых нагрузок

$$q(T_0) = W(T_0)(T_0 - \bar{T}), \tag{46}$$

а минимально возможное производство энтропии

$$\sigma^* = \bar{\alpha}\frac{(1-m)^2}{m}. \tag{47}$$

Выражение (47) при его сравнении с производством энтропии $\bar{\sigma}$ в действующей теплообменной системе, имеющей суммарный коэффициент теплообмена $\bar{\alpha}$, температуры горячих потоков на входе T_0 и соответствующие им водяные эквиваленты $W(T_0)$, энтальпию греющих потоков на выходе из системы, равную $\overline{W(T_0)T_{вых}(T_0)}$, позволяет оценить степень термодинамического совершенства такой системы как отношение $\eta = \dfrac{\bar{\sigma}^*}{\bar{\sigma}}$.

Чтобы приблизить характеристики системы к идеальной, нужно распределять потоки отбираемого тепла и поверхности теплообмена по формулам (46), (45), а температуры контакта выбирать по условию постоянства отношения температур, равного m (44). Для этого нужно уменьшать поверхность теплообмена для теплообменников, в которых отношение температур холодного и горячего потоков больше среднего значения по всей системе, и увеличивать для тех теплообменников, где оно меньше среднего. Аналогично, надо увеличивать отбор тепла от тех греющих потоков, температура которых на выходе выше средней выходной температуры по всем греющим потокам.

Учет дискретности температур греющих потоков. Как правило, число греющих потоков конечно, а значит множество значений T_0 дискретно. Обозначим их T_{i0}, а соответствующие водяные эквиваленты как W_i. Все полученные выше соотношения остаются справедливыми, так как при их выводе нигде не использовалась операция дифференцирования по T_0. Нужно лишь заменить интегралы суммами по i. Так,

$$\overline{W} = \sum_i W_i, \quad \overline{T_0 W} = \sum_i T_{i0} W_i,$$

$$\bar{\sigma} = \sum_i \sigma_i [T_{i0}, \alpha(T_{i0}), W_i, q(T_{i0})]$$

и т.д.

Итоговые формулы для оптимального выбора температуры нагреваемых потоков на выходе системы, тепловых нагрузок, коэффициентов теплообмена, отношения температур контактирующих

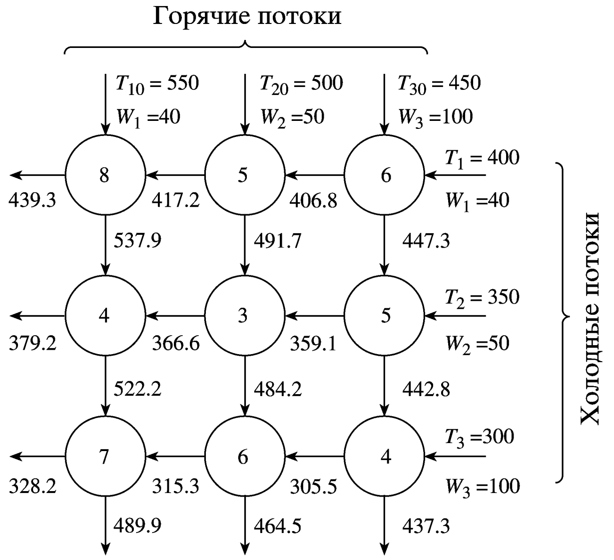

Рис. 3. Структура системы многопоточного теплообмена.

потоков и минимально возможной диссипации примут вид:

$$\left.\begin{aligned}
\bar{T} &= \frac{\sum_i T_{i0} W_i - \bar{q}}{\sum_i W_i}, \\
q^*(T_{i0}) &= W_i(T_{i0} - \bar{T}), \\
\alpha^*(T_{i0}) &= \frac{\bar{\alpha} W_i(\ln T_{i0} - \ln \bar{T})}{\sum_i W_i(\ln T_{i0} - \ln \bar{T})}, \\
m &= 1 - \frac{1}{\bar{\alpha}} \sum_i W_i(\ln T_{i0} - \ln \bar{T}), \\
\bar{\sigma}^* &= \bar{\alpha}\frac{(1-m)^2}{m}, \\
\alpha^*(T_{i0}) &= q^*(T_{i0}) = W_i = 0, \quad T_{i0} \le \bar{T}
\end{aligned}\right\}. \qquad (48)$$

ПРИМЕР ОЦЕНКИ ТЕРМОДИНАМИЧЕСКОГО СОВЕРШЕНСТВА ТЕПЛООБМЕННОЙ СИСТЕМЫ

На рис. 3 изображена система теплообмена, включающая три горячих и три холодных потока. Температуры потоков на входе и выходе каждого теплообменника в градусах Кельвина показаны на рисунке, внутри кружков приведены коэффициента теплопередачи в кВт/К и для каждого из входных потоков – водяные эквиваленты $W_i W_j$, имеющие ту же размерность. При этом принято, что эффективная температура контакта каждого из потоков равна средней из температур этого потока на входе и выходе из теплообменника. При этом условии полученные тепловые нагрузки теплообменников q_{ij} (i – холодный, j – горячий потоки) представленные ниже.

j	i		
	1	2	3
1	885	416	271.5
2	628.6	375.3	452
3	1290	983.7	549.2

Производство энтропии в такой системе аналогично (5) находят как сумму прироста энтропии по всем потокам

$$\sigma = \sum_{i=1}^{3} W_i \ln\frac{T_{i\text{вых}}}{T_{i0}} + \sum_{j=1}^{3} W_j \ln\frac{T_{j\text{вых}}}{T_{j\text{вх}}}. \qquad (49)$$

Расчет по этой формуле приводит к значению σ = = 5.57 кДж/с К.

Для термодинамически оптимальной системы теплообмена с той же суммарной тепловой нагрузкой $\bar{q}$ = 5851 кВт и коэффициентом теплопередачи $\bar{\alpha}$ = 48 кВт/К, воспользуемся формулами (48). Найдем оптимальную температуру на выходе для горячих потоков. Получим $\bar{T}$ = 453.4 К. Из сравнения этой температуры с температурами горячих потоков на входе следует, что третий поток температурой 450 К следует исключить из системы теплообмена, оптимально перераспределив поверхности теплообмена между первым и вторым горячими потоками. Пересчет $\bar{T}$ для двух горячих потоков при тех же значениях $\bar{q}$ и $\bar{\alpha}$ приводит к $\bar{T}$ = 457.2 К. Оптимальные значения тепловых нагрузок для первого и второго потоков равны $\bar{q}(T_{10})$ = 3712 кВт, $\bar{q}(T_{20})$ = 2140 кВт, оптимальное распределение поверхности теплообмена между этими потоками в соответствии с (48) приводит к коэффициентам теплообмена $\bar{\alpha}(T_{10})$ = 29.9 кВт/К, $\bar{\alpha}(T_{20})$ = 18.1 кВт/К. Отношение эффективных температур нагреваемого и греющего потоков в каждом из теплообменников должно быть одинаково и равно m = 0.752. Минимально возможное производство энтропии в такой системе σ^* = 3.93 кВт/К. Для рассматриваемой системы коэффициент термодинамического совершенства $\eta = \frac{\sigma^*}{\sigma} = 0.705$.

Сравнение оптимальной и реальной систем теплообмена позволяет наметить пути усовершенствования последней:

исключить из системы поток с температурой на входе 450 К и за счет этого увеличить площади теплообменников для двух оставшихся потоков, так чтобы суммарный коэффициент теплообмен для первого потока увеличился с 19 до 30, а для второго с 14 до 18 кВт/K;

распределить площадь теплообмена для каждого из потоков таким образом, чтобы отношение эффективных температур контакта холодного и горячего потоков, измеренных в градусах Кельвина, было одинаково для каждого из них и близко 0.75. Отметим, что в исходной системе оно различно для каждого из теплообменников и меняется от 0.63 до 0.88;

при этом температуры горячих потоков на выходе должны быть близки 457.2 K.

Таким образом, получены условия для термодинамически оптимальной организации теплообмена, при выполнении которых производство энтропии в системе с заданной тепловой нагрузкой и суммарным коэффициентом теплопередачи достигает своего нижнего предела. Найдены соответствующие этим условия распределения тепловых нагрузок и коэффициентов теплообмена между входными потоками. Полученная оценка позволяет найти для произвольной теплообменной системы показатель термодинамического совершенства и наметить пути улучшения этой системы, а также проследить влияние таких факторов как изменение температур входных потоков, поверхностей теплообмена на возможности системы.

ОБОЗНАЧЕНИЯ

c_p – молярная теплоемкость, Дж/моль K;

L; l – полная и текущая длина аппарата, м;

m – отношение температур контактирующих потоков;

q – тепловой поток, кВт;

p – давление, Па;

R – универсальная газовая постоянная, Дж/моль K;

s – молярная энтропия, Дж/моль K;

T – температура, K;

u – выбираемая температура нагреваемого потока, K;

v – молярный объем;

W – водяной эквивалент потока, Вт/K;

α – коэффициент теплопередачи, Вт/K;

λ – множитель Лагранжа;

η – коэффициент термодинамического совершенства;

σ – производство энтропии, Вт/K.

ИНДЕКСЫ

0 – начальное состояние;

i, j = 1, 2 … – номера потоков;

* – оптимальное значение;

– – суммарный показатель.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Бродянский В.М., Фратшке В., Михалек К.* Эксергетический метод и его приложения. М.: Энергоатомиздат, 1988.
2. *Бошнякович Ф.* Техническая термодинамика. М.: Госэнергоиздат, 1955.
3. *Berry R.S., Kasakov V.A., Sieniutycz S., Szwast Z. and Tsirlin A.M.* Thermodynamic Optimization of Finite Time Processes. Chichester: Wiley, 1999.
4. *Цирлин А.М., Беляева Н.А.* О связи продолжительности и диссипации для процессов теплообмена // Теплоэнергетика. 1998. № 9. С. 53.
5. *Кафаров В.В., Мешалкин В.П., Перов В.Л.* Математические основы автоматизированного проектирования химических производств. М.: Химия, 1979.
6. *Каневец Г.Е.* Проектирование и оптимизация теплообменных аппаратов на ЭЦВМ. Киев: АН УССР, 1970.
7. *Hartmann K., Hacker I., Rockstroh L.* Modelierung und optimierung verfahrenstechnischer systeme. Berlin: Akademie Verlaq, 1978.
8. *Tedder A., Rudd D.F.* // AIChE J. 1978. V. 24. P. 203.
9. *Мухленов И.П.* Химико-технологические системы. Л. Химия, 1986. 424 с.