

УДК 536.755

АЛГОРИТМ ВЫБОРА ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТИ РАЗДЕЛЕНИЯ ИДЕАЛЬНЫХ СМЕСЕЙ В МНОГОСТАДИЙНЫХ СИСТЕМАХ

© 2012 г. А. М. Цирлин

Институт программных систем РАН, г. Переславль-Залесский, Ярославская область
tsirlin@sarc.botik.ru

Поступила в редакцию 11.05.2010 г; после доработки 09.08.2010 г.

Предложен алгоритм выбора порядка разделения многокомпонентной смеси в многостадийных системах, на каждой ступени которых происходит разделение смеси на два потока. В качестве критерия выбраны затраты энергии в процессе с заданной производительностью для систем, использующих механическую энергию, и максимум производительности для систем, использующих теплоту. Получены выражения для оптимального распределения поверхности тепло- и массообмена между ступенями разделения.

ВВЕДЕНИЕ И ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Процессы разделения сопровождаются большими затратами энергии, так что одним из направлений энергосбережения в химической технологии является выбор последовательности разделения многокомпонентных смесей, минимизирующей затраты энергии. Такая задача решалась в целом ряде работ, на основе эмпирических правил без термодинамического обоснования (см. [1]). В [2, 3] эта задача рассмотрена с привлечением методов оптимизационной термодинамики. Там получены нижние оценки необратимых затрат энергии на разделение при фиксированной производительности системы.

По типу затрачиваемой энергии системы разделения можно разбить на две категории: системы, использующие механическую или электрическую энергию (мембранные процессы, короткоцикловая абсорбция, центрифугирование и др.), их называют механическими, и системы, использующие тепловую энергию (ректификация, выпарка, сушка, вымораживание, абсорбционно-десорбционные циклы и пр.), их называют термическими. Для термических систем производительность при заданных коэффициентах теплопереноса ограничена и увеличение затрат энергии выше некоторого уровня приводит не к росту, а к уменьшению производительности из-за роста необратимых потерь. Поэтому для процессов первого типа целесообразно использовать критерий минимума затрат энергии при фиксированной производительности, а для систем второго типа — максимума производительности. Эти критерии, как показано ниже, не противоречивы, и алгоритм расчета приводит к одной и той же оптимальной последовательности разделения.

Полученные ниже расчетные соотношения и основанный на них алгоритм базируются на ряде

упрощающих допущений, однако позволяют сделать термодинамически обоснованный выбор порядка разделения и найти соответствующую ему оценку снизу для затрат энергии или верхнюю оценку для производительности.

Грубую оценку снизу для затрат энергии дает работа разделения в обратимом процессе [4, 5] A^0 , равная приросту свободной энергии смеси. Обратимая работа зависит от количества разделяемой смеси, ее состава и составов конечных продуктов. Порядок разделения на величину этой оценки не влияет, а значит, и использовать ее для выбора последовательности разделения нельзя. Для смесей, близких к идеальным газам или идеальным растворам, свободная энергия (энергия Гиббса) одного моля i -го компонента в j -м потоке равна его химическому потенциалу

$$\mu_{ij}(T_j, P_j, x_{ij}) = \mu_i^0(T, P_j) + RT \ln x_{ij}. \quad (1)$$

Здесь R , T_j , P_j — универсальная газовая постоянная, абсолютная температура и давление смеси в j -м потоке; x_{ij} — концентрация i -го компонента в j -м потоке в мольных долях; $\mu_i^0(T, P_j)$ — химический потенциал i -ой компоненты в чистом виде. Обратимая работа разделения одного моля смеси, состоящей из n веществ с концентрациями x_i ($i = 1, \dots, n$), равна [5] разности химических потенциалов продуктов разделения и исходной смеси.

В дальнейшем мы будем рассматривать непрерывные процессы разделения, производительность которых определена потоком разделяемой смеси g_0 , а температура и давление разделяемой смеси совпадают с температурой и давлением продуктов разделения. В этом случае при вычитании свободной энергии входного потока из свободной энергии выходных потоков $g_j = \gamma_j g_0$ первое слагаемое в правой части выражения (1) сокраща-

ется и при неполном разделении мощность разделения в обратимом процессе равна

$$p^0 = Rg_0T \left[\sum_{j=1}^m \gamma_j \sum_{i=1}^n x_{ji} \ln x_{ji} - \sum_{i=1}^n x_i \ln x_i \right] = g_0 B_1. \quad (2)$$

При разделении на чистые компоненты все $x_{ji} = 1$, так что

$$p^0 = -Rg_0T \sum_{i=1}^n x_i \ln x_i = g_0 B. \quad (3)$$

Ниже обсудим допущение о равенстве температур и давлений подробнее.

Обратимую мощность разделения при ненулевых потоках можно достичь лишь в том случае, когда коэффициенты переноса сколь угодно велики, а значит, производство энтропии, характеризующее необратимость процесса, сколь угодно мало. Эта мощность зависит только от производительности (линейно) и составов потоков на входе и на выходе системы и не зависит от кинетики массообмена. Обратимые оценки занижены и не позволяют судить о совершенстве организации процесса, решать такие задачи как выбор порядка разделения, распределение коэффициентов переноса между стадиями процесса, влияние ограниченных коэффициентов переноса, предельно-возможная производительность.

Чтобы ставить и решать перечисленные задачи, нужно учесть влияние необратимости, приводящей к дополнительным затратам мощности $\Delta p > 0$. При заданной производительности и составах потоков именно минимуму Δp соответствует оптимальная с точки зрения затрат энергии организация процесса. В свою очередь, необратимые затраты в процессе, где входной и выходные потоки имеют одинаковую температуру T , пропорциональны производству энтропии σ , так что оптимальной организации соответствует процесс минимальной диссипации [6–9].

Процесс разделения многокомпонентных смесей реализуют в многоступенчатых системах. Мы будем предполагать, что на каждой ступени поступающая на нее смесь делится на два потока и рассматривать кроме ступени еще и стадии разделения, каждая из которых может содержать несколько ступеней. Стадия характеризуется числом компонентов в потоке, поступающем на разделение. Это число изменяется от двух до n , где n — число компонентов исходной смеси.

Число ступеней разделения на единицу меньше числа отделяемых фракций, а число стадий N заведомо не превосходит число ступеней. Когда каждая фракция состоит из одного компонента, $N \leq (n - 1)$, при этом равенство соответствует последовательному отделению от смеси одного крайнего по своим свойствам компонента. На последнюю стадию поступают бинарные потоки,

так что на ее выходе — чистые компоненты. На входе предыдущей стадии — смеси из трех компонентов, затем — из четырех и т.д. до стадии, состоящей из одной ступени, на вход которой поступает исходная смесь.

Для того чтобы рекомендации, полученные на основе анализа необратимых затрат мощности, имели общий характер и сравнительно простую форму, введем некоторые упрощающие предположения.

1. Температуры и давления входного потока g_0 и выходных потоков совпадают. Это допущение предполагает, что существует система регенерации, и энергия, затраченная на изменение температуры и давления разделяемой смеси, может быть использована или возвращена поступающему потоку. Это допущение позволяет выделить только ту мощность, которая тратится на разделение.

Пусть это допущение не выполнено и температуры потоков на выходе выше, чем температура исходной смеси. В этом случае найденные ниже минимальные затраты энергии должны быть дополнены слагаемым, которое соответствует подогреву потоков. Оно зависит только от расходов и молярных энтальпий потоков на входе и на выходе системы и не зависит от порядка разделения. То же касается и изменения давления потоков. Порядок же разделения, соответствующий минимуму суммы необратимых потерь, остается оптимальным.

2. Потоки массопереноса пропорциональны движущей силе, т.е. линейно зависят от разности химических потенциалов. Для i -го вещества, переходящего из потока g_0 в поток g_j ,

$$g_{ij} = \alpha_{ij} \frac{\Delta \mu_{ij}}{T}, \quad i = 1, \dots, n, \quad j = 1, \dots, m. \quad (4)$$

Здесь α_{ij} — эффективный (учитывающий площадь поверхности контакта) коэффициент массопереноса при выделении i -го компонента в j -й поток, $\frac{\Delta \mu_{ij}}{T}$ — отнесенная к температуре разность химических потенциалов i -го компонента в разделяемой смеси и в j -м потоке (движущая сила массообмена):

$$\Delta \mu_{ij} = \mu_{i0}(T_0, P_0, x_i) - \mu_{ij}(T_j, P_j, x_{ij}). \quad (5)$$

3. При разделении многокомпонентных смесей на два потока, каждый из которых содержит несколько компонентов, поток массы определяется коэффициентом массопереноса и разностью химических потенциалов в смеси и в отделяемом потоке компонента, наиболее близкого по свойству, используемому для разделения, к веществам, включенным в другой отделяемый поток. Такие компоненты, ближайшие к границе разделения, названы в [10] ключевыми.

4. Система реализует четкое разделение, т.е. на каждой ступени смесь делится на два потока, не содержащие общего компонента. Такое разделение возможно лишь в редких случаях, но приближенно это допущение, как правило, выполнено.

Рассмотрим задачу о выборе последовательности разделения и распределении поверхности контакта между отдельными ступенями по условию минимума затрат энергии. При этом производительность g_0 , состав разделяемой смеси и общую поверхность контакта S будем считать фиксированными. Полученные результаты позволяют найти предельные возможности и оценить степень совершенства действующей системы, сравнивая ее показатели с предельными.

РАСЧЕТНЫЕ СООТНОШЕНИЯ

В механических системах разделение связано с различием свойств компонентов смеси (размеров молекул или частиц, плотности, электрического заряда и пр.). Системы, использующие тепловую энергию, часто основаны на разности температур кипения компонентов. Эти различия приводят к тому, что компоненты по-разному взаимодействуют с мембраной или абсорбентом, по-разному ведут себя в силовом, электрическом или магнитном поле. Будем предполагать, что свойство, используемое для разделения компонентов, можно количественно измерить и упорядочить компоненты по возрастанию или убыванию этого свойства.

Оценки необратимых затрат энергии на одной ступени разделения. На каждой j -й ступени происходит либо разделение бинарной смеси на два компонента (последняя стадия), либо псевдобинарной на два потока. Поток, поступающий на разделение, обозначим как g_j . Потоки отделяемого компонента или смеси таких компонентов обозначим как g_{j1} и g_{j2} . Каждый из этих потоков равен произведению расхода исходной смеси на сумму концентраций компонентов, вошедших в соответствующий поток:

$$g_{jv} = g_0 x_{jv} = g_0 \sum_i x_{jiv}, \quad v = 1, 2.$$

Необратимые затраты мощности на разделение определены свойствами отделяемого компонента или ключевого компонента в составе отделяемого потока. Эти затраты равны производству энтропии σ_{jv} , умноженному на T .

Производство энтропии σ в процессе необратимого массопереноса может быть подсчитано как сумма произведений отделяемых потоков на движущие силы. Потоки массы определены разностью химических потенциалов ключевых компонентов в исходной смеси и в отделяемом пото-

ке. Каждый из них пропорционален движущей силе $\Delta\mu_{jv}/T$ т.е.

$$g_{jv} = \alpha_{jv} \Delta\mu_{jv} / T. \quad (6)$$

Коэффициент массопереноса α_{jv} может быть найден через характеристики разделяющих устройств либо экспериментально. Выражая из (6) движущую силу через поток и коэффициент массообмена, получим необратимые затраты мощности на j -й ступени в форме

$$\Delta p_j = T \sum_v g_{jv} \frac{\Delta\mu_{jv}}{T} = T \sum_v \frac{g_{jv}^2}{\alpha_{jv}} = g_0^2 T \sum_v \frac{(\sum_i x_{jiv})^2}{\alpha_{jv}}. \quad (7)$$

Здесь учтено, что произведение расхода на j -й ступени на концентрацию отделяемого на этой ступени компонента равно произведению расхода исходной смеси на концентрацию в ней компонента (фракции), отделяемого на j -й ступени $x_{jv} < 1$.

Коэффициент массопереноса α_{jv} зависит от площади поверхности контакта и удельного коэффициента массопереноса δ_{jv} как $\alpha_{jv} = S_j \delta_{jv}$, где S_j – эффективная площадь поверхности контакта для соответствующей ступени разделения. Исходными данными для расчета являются состав разделяемой смеси и удельные коэффициенты массопереноса для каждого из компонентов, зависящие от того, на границе каких компонентов происходит разделение. Для упрощения записи обозначим $1/\delta = d_i$ и будем называть d_i удельным сопротивлением отделению i -го компонента. Удельное сопротивление при разделении многокомпонентной смеси по границе между v -ым и $(v-1)$ -м компонентами обозначим как d_{v-} , а между v -м и $(v+1)$ -м, как d_{v+} .

При разделении на j -й ступени бинарной смеси, содержащей i -й и $(i+1)$ -й компоненты, необратимые затраты мощности равны

$$\Delta p_{ji} = \frac{g_0^2 T}{S_j} [x_i^2 d_{i+} + x_{i+1}^2 d_{(i+1)-}]. \quad (8)$$

Пусть смесь разделяют на два потока, первый из которых содержит компоненты с номерами от $i = 1$ до $i = v$, а второй от $i = v+1$ до $i = n$. Так как процесс массопереноса определяется свойствами ключевого компонента, то можно ввести концентрации потоков как суммы концентраций входящих в них компонентов, тогда необратимые затраты мощности примут форму

$$\Delta p_j = \frac{g_0^2 T}{S_j} \left[\left(\sum_{i=1}^v x_i \right)^2 d_{v+} + \left(\sum_{i=v+1}^n x_i \right)^2 d_{(v+1)-} \right]. \quad (9)$$

Выражения, стоящие в квадратных скобках в формулах (8), (9), представляют собой мольные

($g_0 = 1$) удельные ($S_j = 1$) затраты необратимой мощности разделения. Обозначим их как

$$A_i = [x_i^2 d_{i+} + x_{i+1}^2 d_{(i+1)-}],$$

$$A_v = \left[\left(\sum_{i=1}^v x_i \right)^2 d_{v+} + \left(\sum_{i=v+1}^n x_i \right)^2 d_{(v+1)-} \right].$$

ТРЕХКОМПОНЕНТНАЯ СМЕСЬ

Случай смеси из трех компонентов позволяет проследить, как влияет на необратимые затраты мощности порядок разделения. К разделению трехкомпонентной смеси с учетом допущения о ключевых компонентах сводится и задача выделения из смеси одного промежуточного по своим свойствам компонента.

При разделении смеси из трех компонентов (i -й, $i + 1$ -й и $i + 2$ -й) в двухстадийной системе в зависимости от выбора границы разделения на первой стадии необратимые затраты мощности равны

$$\Delta p_1 = \frac{g_0^2 T [x_i^2 d_{i+} + (x_{i+1} + x_{i+2})^2 d_{(i+1)-}]}{S_j} +$$

$$+ \frac{g_0^2 T [x_i^2 d_{(i+1)+} + x_{i+2}^2 d_{(i+2)-}]}{S_{j+1}} = \frac{g_0^2 T}{S_j} A_{11} + \frac{g_0^2 T}{S_{j+1}} A_{12}. \quad (10)$$

или

$$\Delta p_2 = \frac{g_0^2 T [x_{i+2}^2 d_{(i+2)-} + (x_i + x_{i+1})^2 d_{(i+1)+}]}{S_j} +$$

$$+ \frac{g_0^2 T [x_i^2 d_{i+} + x_{i+1}^2 d_{(i+1)-}]}{S_{j+1}} = \frac{g_0^2 T}{S_j} A_{21} + \frac{g_0^2 T}{S_{j+1}} A_{22}. \quad (11)$$

Знак разности этих двух выражений позволяет выбрать порядок разделения, соответствующий меньшим затратам энергии.

Прежде чем проводить такое сравнение, рассмотрим задачу об оптимальном распределении поверхности контакта S между ступенями разделения. Она имеет вид

$$\Delta p = \frac{A_1}{S_1} + \frac{A_2}{S_2} \Rightarrow \min, \quad S_1 + S_2 = S. \quad (12)$$

Здесь A_1 и A_2 соответствуют выражениям, стоящим в числителе дробей в формулах (10) или (11).

Оптимальному решению задачи соответствует распределение поверхностей, при котором

$$\frac{S_1}{S_2} = \frac{\sqrt{A_1}}{\sqrt{A_2}}, \quad S_1^* = S \frac{\sqrt{A_1}}{\sqrt{A_1} + \sqrt{A_2}}, \quad S_2^* = S \frac{\sqrt{A_2}}{\sqrt{A_1} + \sqrt{A_2}}. \quad (13)$$

Минимум необратимых потерь Δp^* при оптимальном распределении поверхностей контакта оказывается равным

$$\Delta p^* = \frac{g_0^2 T}{S} [\sqrt{A_1} + \sqrt{A_2}]^2. \quad (14)$$

Знак разности $\Delta = \Delta p_{1j} - \Delta p_{2j}$ с учетом выражения (14) совпадает со знаком выражения

$$\tilde{\Delta} = \sqrt{A_{11}} + \sqrt{A_{12}} - \sqrt{A_{21}} - \sqrt{A_{22}}. \quad (15)$$

Если это выражение меньше нуля, то в первую очередь отделяют i -й компонент, если больше нуля – то $(i + 2)$ -й.

ОПТИМАЛЬНЫЙ ВЫБОР ПОВЕРХНОСТЕЙ КОНТАКТА В МНОГОСТАДИЙНЫХ СИСТЕМАХ

При разделении смеси в две и большее число ступеней возникает задача распределения эффективной поверхности контакта S между ступенями. Естественно распределять ее так, чтобы минимизировать суммарные необратимые потери. Формально задача примет вид

$$\Delta p = g_0^2 T \sum_j \frac{A_j}{S_j} \Rightarrow \min / \sum_j S_j = S. \quad (16)$$

Нетрудно показать, что соотношения, полученные для двухступенчатой системы, справедливы и в этом случае. А именно, оптимальное значение площади поверхности контакта для j -й ступени составляет

$$S_j^* = S \frac{\sqrt{A_j}}{\sum_j \sqrt{A_j}}. \quad (17)$$

При этом необратимые затраты мощности равны

$$\Delta p = \frac{g_0^2 T}{S} \left[\sum_j \sqrt{A_j} \right]^2. \quad (18)$$

Порядок разделения должен минимизировать выражение, стоящее в квадратных скобках.

АЛГОРИТМ РАСЧЕТА ОПТИМАЛЬНОЙ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТИ РАЗДЕЛЕНИЯ ПО УСЛОВИЮ МИНИМУМА ЗАТРАТ ЭНЕРГИИ

Если для схемы из трех компонентов можно записать условие для выбора последовательности разделения в аналитической форме, то для смеси из n компонентов выбор может быть получен посредством использования алгоритма, следующего логике динамического программирования [11].

Исходные данные: концентрации и коэффициенты сопротивления разделению, позволяющие рассчитать удельные необратимые затраты мощности для каждой ступени при разделении поступающего на нее потока на два. Размерность вектора концентраций x равна n , число коэффициентов сопротивления d равно $2(n - 1)$.

Минимальные необратимые затраты зависят от выбора сочетания из 2, 3, ..., $n - 1$ упорядочен-

ных переменных (будем характеризовать этот выбор индексом v) и способа разделения этого набора (будем характеризовать его индексом k). Для бинарных смесей (последняя стадия) k не подлежит выбору, поэтому необратимые затраты мощности δp_{2v} зависят только от $v = 1, 2, \dots, n - 1$.

В этих обозначениях могут быть записаны уравнения для функции Беллмана: для смеси из трех компонентов каждый v -й набор может быть разделен двумя способами ($k = 1, 2$) и минимум необратимых затрат равен

$$\Delta p_{3v}^* = \min_k [\Delta p_{3vk} + \Delta p_{2vk}] \quad v = 1, \dots, n - 2.$$

Для четырех компонентов

$$\Delta p_{4v}^* = \min_k [\Delta p_{4vk} + \Delta p_{vk}^{*4}] \\ v = 1, \dots, n - 3, \quad k = 1, 2, 3$$

и т.д. Для исходной смеси

$$\Delta p_n^* = \min_k [\Delta p_{nk} + \Delta p_k^{*n}] \quad k = 1, 2, \dots, n - 1.$$

Решение этих уравнений соответствует следующему алгоритму.

1. Перебирают все возможные бинарные смеси, которые могут поступать на последнюю стадию разделения. Для каждой такой смеси находят A_j . Число таких бинарных смесей равно

$$N_2 = [n/2] + [(n-1)/2] = n - 1.$$

Здесь квадратные скобки соответствуют округлению результата деления до ближайшего меньшего целого числа. Так, для $n = 4$ бинарные потоки могут иметь составы 1 + 2; 2 + 3; 3 + 4. Для каждого из них нужно вычислить удельные необратимые затраты мощности разделения.

2. Аналогично поступают для всех возможных смесей из трех компонентов на предпоследней стадии. Число таких трехкомпонентных смесей N_3 равно $n - 2$. Так, для $n = 4$ потоки из трех компонентов могут иметь составы 1 + 2 + 3; 2 + 3 + 4. Для каждого потока решают задачу оптимального разделения, сравнивая два возможных варианта, запоминают значение минимальной суммы квадратных корней из удельных затрат мощности для двухступенчатой системы и соответствующий этому минимуму порядок разделения.

3. Для всех упорядоченных сочетаний потоков из 4 компонентов на третьей от конца стадии разделения, число которых N_4 равно $n - 3$, перебирают все варианты разделения (для каждого потока их три) и выбирают минимум суммы корней квадратных из удельных необратимых затрат на этой стадии и минимальной аналогичной суммы, рассчитанной ранее для двухступенчатой системы. При разделении на два бинарных потока вторую от конца ступень пропускают, но на последней

ступени суммируют квадратные корни удельных затрат для двух этих потоков.

4. Так продолжают до смеси из n компонентов, число вариантов разделения которой на два потока на первой ступени равно $n - 1$.

После того как найдена оптимальная последовательность разделения, находят оптимальное распределение поверхности контакта между ступенями по формуле (17) и минимальные необратимые затраты мощности по формуле (18).

Пример. Рассмотрим систему разделения смеси из трех компонентов с концентрациями $x_1 = 0.3$, $x_2 = 0.5$, $x_3 = 0.2$. Удельные коэффициенты массопереноса равны $\delta_1 = 2$ моль²/(с Дж м²), $\delta_{2-} = 10$ моль²/(с Дж м²), $\delta_{2+} = 5$ моль²/(с Дж м²), $\delta_3 = 8$ моль²/(с Дж м²). Соответственно, коэффициенты сопротивления разделению равны $d_1 = 0.5$, $d_{2-} = 0.1$, $d_{2+} = 0.2$, $d_3 = 0.125$. Их размерность обратна размерности δ . Необходимо выбрать оптимальный порядок разделения смеси и распределить эффективную поверхность контакта между стадиями.

На последней стадии удельные необратимые затраты мощности равны

$$A_{12} = x_2^2 d_{2+} + x_3^2 d_3 = 0.018 + 0.05 = 0.023,$$

$$A_{22} = x_1^2 d_1 + x_2^2 d_{2-} = 0.045 + 0.025 = 0.07.$$

На предпоследней стадии

$$A_{11} = x_1^2 d_1 + (x_2 + x_3)^2 d_{2-} = 0.045 + 0.049 = 0.094,$$

$$A_{12} = x_3^2 d_3 + (x_1 + x_3)^2 d_{2+} = 0.005 + 0.128 = 0.133.$$

Сравним варианты разделения:

$$1 \text{ вариант: } \sqrt{A_{11}} + \sqrt{A_{12}} = 0.307 + 0.152 = 0.459,$$

$$2 \text{ вариант } \sqrt{A_{12}} + \sqrt{A_{22}} = 0.364 + 0.265 = 0.629.$$

Таким образом, предпочтительнее первый вариант и следует на первой ступени отделять первый компонент, а затем делить смесь из второго и третьего. Поверхности контакта делятся между последней и предпоследней ступенями в соотношении $S_2/S_1 = 0.362$, а минимум необратимых за-

$$\text{трат мощности } \Delta p_{\min} = \frac{g_0 T}{S} (0.459)^2 = 0.211 \frac{g_0}{S}.$$

Чтобы найти нижнюю оценку для общих затрат мощности, нужно сложить эту величину с обратимой мощностью разделения.

ПРЕДЕЛЬНАЯ ПРОИЗВОДИТЕЛЬНОСТЬ ТЕРМИЧЕСКИХ СИСТЕМ РАЗДЕЛЕНИЯ

В термических системах разделения (ректификация, абсорбционно-десорбционные циклы, выпарка, вымораживание и пр.) тепло подводят от горячего источника с температурой T_+ и отво-

дят холодному источнику с температурой T . Для абсорбционно-десорбционных циклов это температуры теплоносителя в десорбере и абсорбере, для ректификации – температуры греющего пара в кубе и охлаждающей воды в дефлегматоре.

Из уравнений термодинамических балансов (по веществу, энергии и энтропии) вытекает, как показано в [6], что термическую систему разделения можно рассматривать как преобразователь тепловой энергии в работу разделения. Это означает, что все результаты, полученные в работе [12] и в многочисленных последующих исследованиях по возможностям необратимых тепловых машин с заданной мощностью (см. [13] и др.), применимы к термическим системам разделения. В частности, важно, что мощность тепловой машины с заданными коэффициентами теплопереноса при контакте рабочего тела с источниками ограничена. Аналогично ограничена мощность и в термических процессах разделения, равная сумме обратимой мощности разделения и необратимых потерь мощности. При этом необратимость, связанная с процессами теплопереноса, учитывается в уравнениях энтропийного баланса необратимого преобразователя.

Будем предполагать, что законы теплопереноса в термических системах разделения линейны относительно разности температур (ньютоновские):

$$q = \beta \Delta T, \quad (19)$$

где β – коэффициент теплообмена, учитывающий поверхность теплового контакта, а ΔT – разность температур теплоносителя и нагреваемой (охлаждаемой) смеси.

Максимальная мощность, которую может развить преобразователь тепловой энергии в работу разделения, равна [12]

$$p^{\max} = \bar{\beta}(\sqrt{T_+} - \sqrt{T})^2. \quad (20)$$

Здесь $\bar{\beta}$ – эффективный коэффициент теплопереноса. Он связан с коэффициентами теплопереноса от горячего источника к смеси β_+ и от смеси к холодному источнику β_- как

$$\bar{\beta} = \frac{\beta_+ \beta_-}{\beta_+ + \beta_-}. \quad (21)$$

Выражение (20) определяет минимальное значение $\bar{\beta}$, соответствующее мощности разделения p :

$$\bar{\beta} \geq \bar{\beta}_{\min} = \frac{p}{(\sqrt{T_+} - \sqrt{T})^2}. \quad (22)$$

В термической системе затраты тепла на каждой j -й ступени разделения зависят не только от суммарной мощности, затрачиваемой на j -й ступени, $p_j = p_j^0 + \Delta p_j$, но и от термического КПД преобразователя $\eta_j(\bar{\beta}_j)$. Функция $\eta_j(\bar{\beta}_j)$ монотон-

но уменьшается с ростом $\bar{\beta}_j$, от КПД Карно $\eta_K = 1 - \frac{T}{T_+}$ при сколь угодно большом значении $\bar{\beta}_j$ до значения, полученного в [12]:

$$\eta_j(\bar{\beta}_j) = 1 - \sqrt{\frac{T}{T_{j+}}} \quad (23)$$

при $\bar{\beta}_j = \beta_{j\min}$.

Ограниченность мощности разделения приводит к ограничению производительности g_0 . Максимальная производительность связана с площадью S поверхности контакта в процессе массопереноса, эффективным коэффициентом теплообмена на первой ступени $\bar{\beta}_1$ соотношением

$$g_0 B_1 + g_0^2 \frac{D_1^2 T}{S_1^*(S)} = \bar{\beta}_1 (\sqrt{T_{+1}} - \sqrt{T})^2, \quad (24)$$

в котором удельные затраты обратимой мощности B_1 определены зависимостью (3), удельные необратимые затраты мощности $D_1 = \sqrt{A_1}$. Условие (24) не позволяет выбирать эти три величины произвольно.

Выражения для обратимой и необратимой составляющих мощности разделения те же, что и для механических систем. Первое из них, как показано выше, зависит только от составов потоков на входе и на выходе системы, а второе – от суммы удельных необратимых затрат мощности на каждой ступени.

В термической системе разделения нужно распределить между ступенями разделения суммарную поверхность массообмена и суммарную поверхность теплообмена. Эти задачи не противоречат друг другу. Порядок разделения и поверхности массопереноса определяют по условию минимума необратимых потерь в процессе массопереноса с использованием изложенного выше алгоритма. Это решение позволяет найти структуру системы, расход и состав потока g_j , поступающего на каждую ступень, а также минимальную мощность разделения $p_j^* = p_{j0} + \Delta p_j^*$. Подстановка этой мощности в равенство (22) определяет эффективный коэффициент теплопереноса $\bar{\beta}_j$, обеспечивающий производительность g_j .

Распределение поверхности между нагревом и охлаждением на каждой ступени при заданном значении $\bar{\beta}_j$ находят по условию минимума суммарной стоимости теплообменников с учетом равенства (21). Это выпуклая задача условной оптимизации, решаемая с использованием функции Лагранжа. При одинаковой стоимости единицы поверхности нагрева и охлаждения оптимальные значения коэффициентов β_{j+} и β_{j-} должны быть одинаковы и равны $0.5 \bar{\beta}_j$.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Получены расчетные соотношения и предложен алгоритм выбора последовательности разделения многокомпонентных смесей по условию минимума затрат мощности в механических системах с фиксированной производительностью и по условию максимально достижимой производительности в термических системах. Наряду с выбором структуры по полученным соотношениям распределяют поверхности контакта массопереноса и находят коэффициенты теплообмена в термических системах на каждой ступени.

Сделанные допущения о свойствах смеси и характере разделения могут быть выполнены лишь приближенно, поэтому результаты расчета можно рассматривать как первое приближение, которое может уточняться по мере накопления экспериментальных данных. Для смесей, отличающихся от идеальных, необходимо получить зависимость минимальных необратимых потерь отделения компонента или фракции, состоящей из нескольких компонентов, в зависимости от состава смеси, поступающей на соответствующую ступень. Эта задача требует учета особенностей организации процесса. Но после ее решения общая логика построения алгоритма остается той же, что приведена выше.

ОБОЗНАЧЕНИЯ

B_1, B – удельные обратимые затраты мощности при неполном и при полном разделении, Вт/моль;

D – удельные необратимые затраты мощности, Вт/моль²;

d – сопротивление массопереносу, с Дж м²/моль² К;

g_0 – расход разделяемой смеси, моль/с;

P – давление, Н/м²;

p^0 – мощность разделения в обратимом процессе, Вт;

Δp – необратимая составляющая мощности разделения, Вт;

R – универсальная газовая постоянная, 8314 Дж/(моль К);

S – площадь контакта в процессе массопереноса, м²;

T – температура холодного источника (окружающей среды) и разделяемого потока, К;

T_+ – температура горячего источника, К;

x_i – концентрация i -й компоненты в разделяемой смеси, молью д.;

α_i^+, α_i^- – эффективный (учитывающий площадь поверхности контакта) коэффициент массопереноса при отделении i -го компонента от $i + 1$ -го и от $i - 1$ -го соответственно, моль² К/с Дж;

β – эффективный коэффициент теплообмена, Вт/К;

δ – удельный коэффициент массопереноса, моль² К/с Дж м²],

μ_i^0 – химический потенциал i -й компоненты в чистом виде, Дж/моль;

μ_{ij} – химический потенциал i -й компоненты в j -м потоке, Дж/моль.

$\Delta\mu_i$ – разность химических потенциалов i -й компоненты смеси, Дж/моль;

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Кафаров В.В., Мешалкин В.П., Перов В.Л. Математические основы автоматизированного проектирования химических производств. М.: Химия, 1979.
2. Цирлин А.М., Вясилева Э.Н., Романова Т.С. Выбор термодинамически оптимальной последовательности разделения многокомпонентных смесей и распределения поверхностей тепло- и массообмена // Теорет. основы хим. технологии. 2009. Т. 43. № 3. С. 81.
3. Tsirlin A.M., Kazakov V. Irreversible work of separation and heat-driven separation // J. Phys. Chem. B. 2004. V. 108. P. 6035.
4. Бошнякович Ф. Техническая термодинамика. М.: ГЭИ, 1955.
5. Matolcsi T. Ordinary thermodynamics. Budapest. Akademiai Kiado. 2004.
6. Цирлин А.М. Необратимые оценки предельных возможностей термодинамических и микроэкономических систем. М.: Наука, 2003.
7. Амелькин С.А., Бурцлер И.М., Хоффман К.Х. и др. Оценка предельных возможностей процессов разделения // Теорет. основы хим. технологии. 2001. Т. 35. № 3. С. 68.
8. Berry R.S., Kasakov V.A., Sieniutycz S. et al. Thermodynamic Optimization of Finite Time Processes. Chichester: Wiley, 1999.
9. Цирлин А.М., Зубов Д.А., Барбот А.В. Учет фактора необратимости в процессе бинарной ректификации // Теорет. основы хим. технологии. 2006. Т. 40. № 2. С. 47.
10. Львов С.В. Некоторые вопросы ректификации бинарных и многокомпонентных смесей. М.: изд-во АН СССР, 1960.
11. Беллман Р. Динамическое программирование. М.: Изд-во иностр. лит., 1960.
12. Novikov I.I. The efficiency of atomic power stations // J. Nucl. Energy. 1958. № 7. P. 125.
13. Розоноэр Л.И., Цирлин А.М. Оптимальное управление термодинамическими системами // Автоматика и телемеханика. 1983. № 1. С. 12; № 2. С. 15; № 3. С. 14.