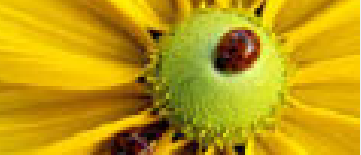


Алгебраический подход к моделированию

Н. Н. Непейвода

4 марта 2013 г.



Три барьера

График

Эйсымонта

График

Эйсымонта

Три барьера

Скорость света

Тепловыделение

Предел

Ландауэра

«Маленькая»

тонкость

Группы

Первые шаги в

алгебру

Гигатонны кода

Я изучал язык

Я изучал язык

Я изучал язык

Везде ли

гигатонны?

Но ведь это

чисто

техническая

сложность, а не

барьер?

Как это

делается?

Парадокс

изобретателя

Парадокс

изобретателя

Пример эффекта

Три барьера

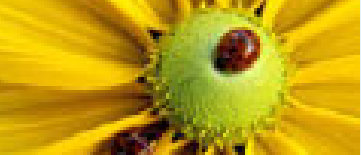


График Эйсимонта

Три барьера

График
Эйсимонта

График
Эйсимонта

Три барьера

Скорость света

Тепловыделение

Предел

Ландауэра

«Маленькая»
тонкость

Группы

Первые шаги в
алгебру

Гигатонны кода

Я изучал язык

Я изучал язык

Я изучал язык

Везде ли

гигатонны?

Но ведь это

чисто

техническая

сложность, а не

барьер?

Как это

делается?

Парадокс

изобретателя

Парадокс

изобретателя

Пример эффекта

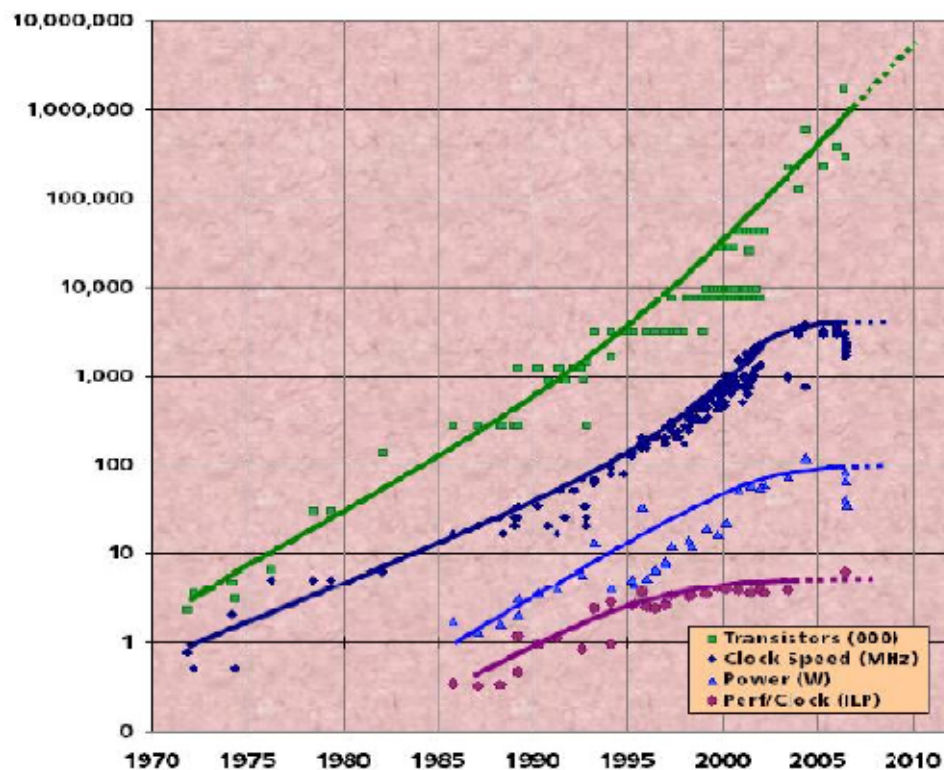




График Эйсимонта

Три барьера

График
Эйсимонта

График
Эйсимонта

Три барьера

Скорость света

Тепловыделение

Предел

Ландауэра

«Маленькая»
тонкость

Группы

Первые шаги в
алгебре

Гигатонны кода

Я изучал язык

Я изучал язык

Я изучал язык

Везде ли

гигатонны?

Но ведь это
чисто

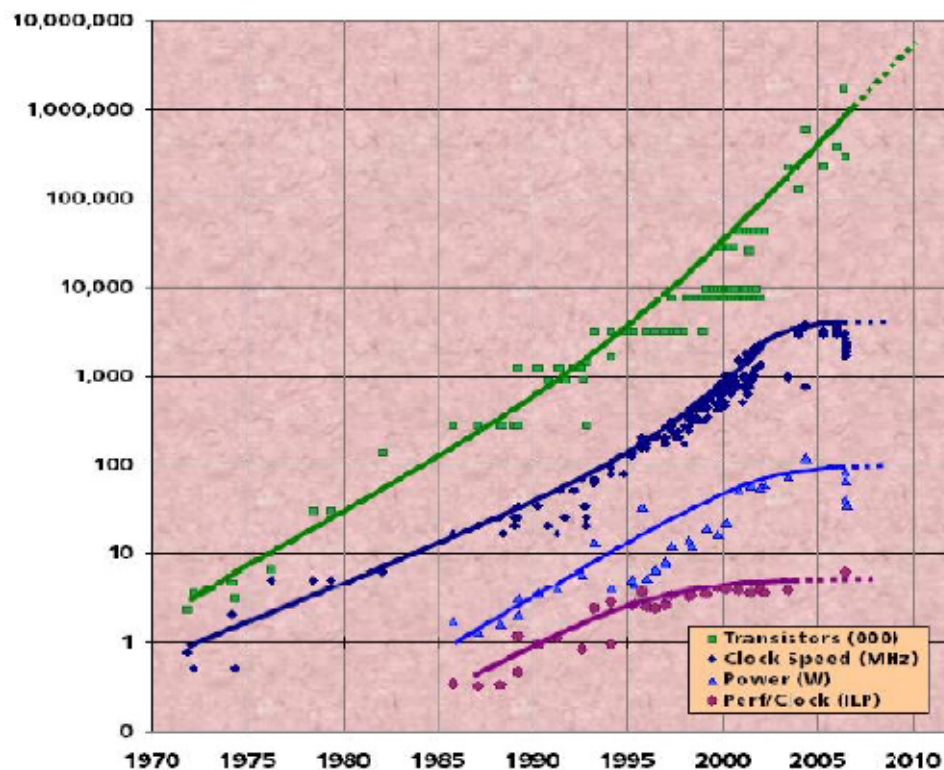
техническая
сложность, а не
барьер?

Как это
делается?

Парадокс
изобретателя

Парадокс
изобретателя

Пример эффекта



На этом графике видно, что производительность одного процессора на переднем крае вычислительной техники перестала расти уже десять лет назад.

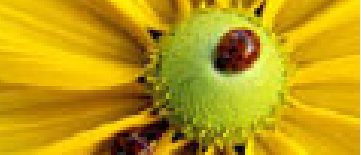


График Эйсимонта

Три барьера

График
Эйсимонта

График
Эйсимонта

Три барьера

Скорость света

Тепловыделение

Предел

Ландауэра

«Маленькая»

тонкость

Группы

Первые шаги в

алгебру

Гигатонны кода

Я изучал язык

Я изучал язык

Я изучал язык

Везде ли

гигатонны?

Но ведь это

чисто

техническая

сложность, а не

барьер?

Как это

делается?

Парадокс

изобретателя

Парадокс

изобретателя

Пример эффекта

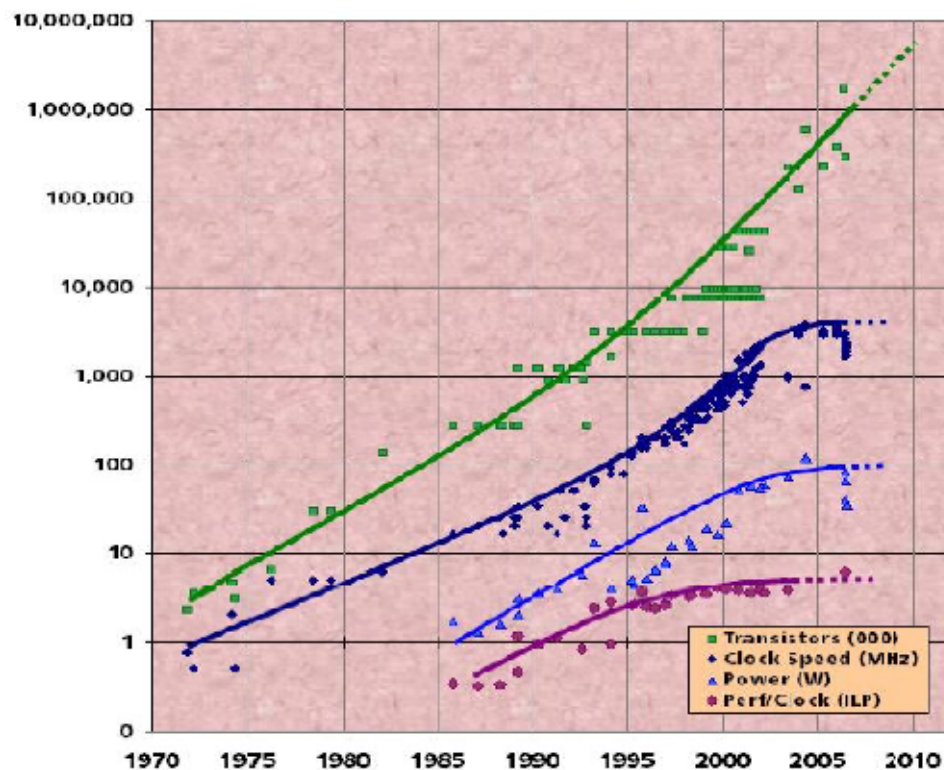




График Эйсимонта

Три барьера

График
Эйсимонта

График
Эйсимонта

Три барьера

Скорость света

Тепловыделение

Предел

Ландауэра

«Маленькая»
тонкость

Группы

Первые шаги в
алгебру

Гигатонны кода

Я изучал язык

Я изучал язык

Я изучал язык

Везде ли

гигатонны?

Но ведь это
чисто

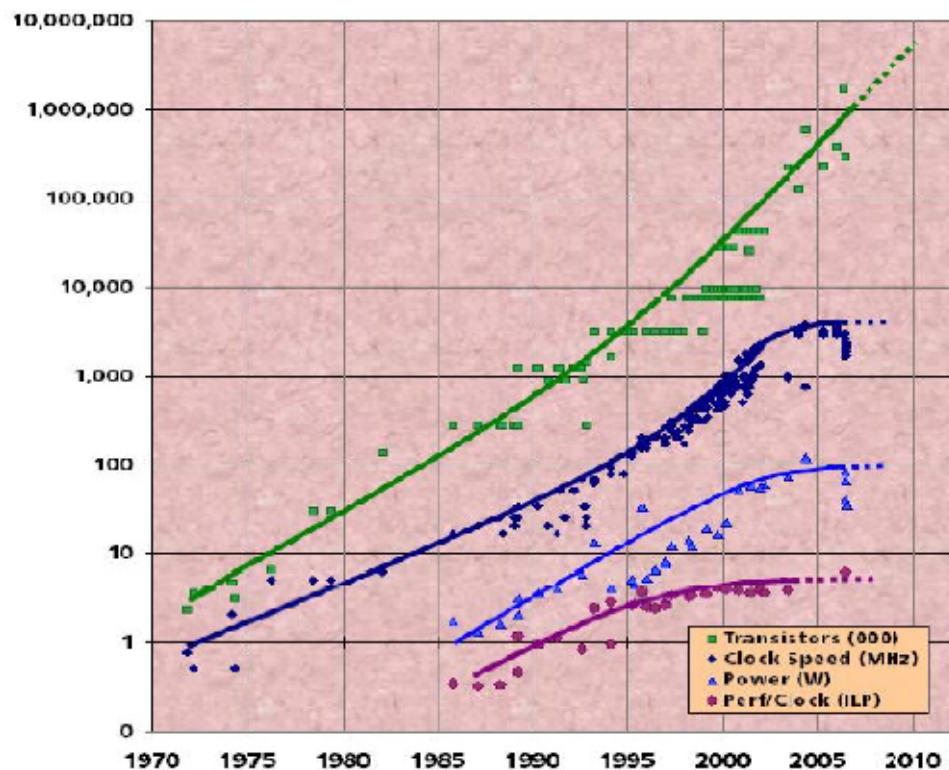
техническая
сложность, а не
барьер?

Как это
делается?

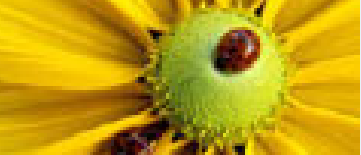
Парадокс
изобретателя

Парадокс
изобретателя

Пример эффекта



Выжимается ускорение грубой силой
(количество процессоров) и технологическими
трюками.



Три барьера

Три барьера

График

Эйсымонта

График

Эйсымонта

Три барьера

Скорость света

Тепловыделение

Предел

Ландауэра

«Маленькая»

тонкость

Группы

Первые шаги в

алгебре

Гигатонны кода

Я изучал язык

Я изучал язык

Я изучал язык

Везде ли

гигатонны?

Но ведь это

чисто

техническая

сложность, а не

барьер?

Как это

делается?

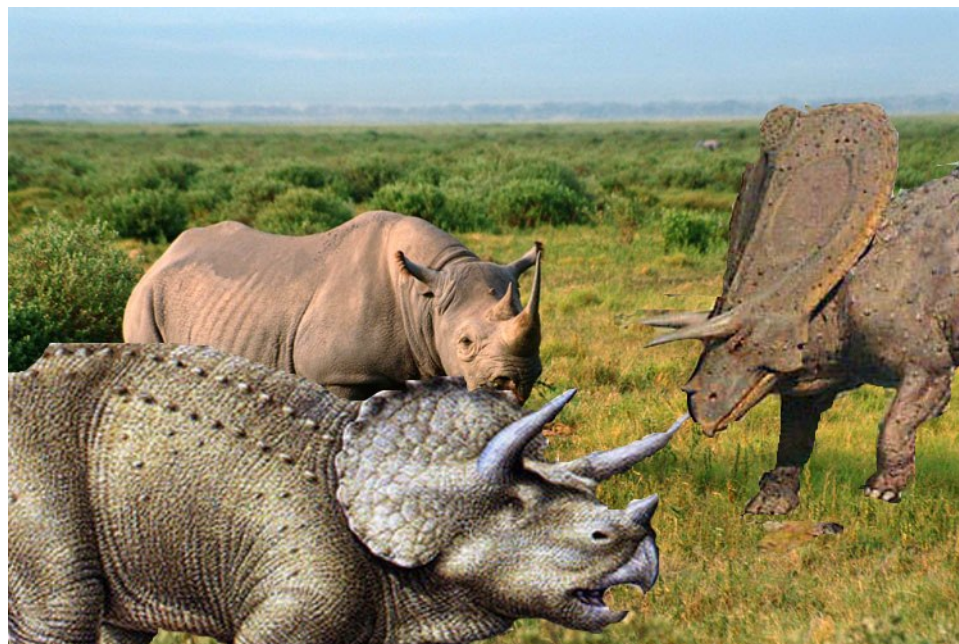
Парадокс

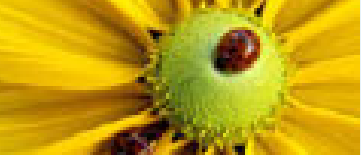
изобретателя

Парадокс

изобретателя

Пример эффекта





Три барьера

Три барьера

График

Эйсымонта

График

Эйсымонта

Три барьера

Скорость света

Тепловыделение

Предел

Ландауэра

«Маленькая»

тонкость

Группы

Первые шаги в

алгебру

Гигатонны кода

Я изучал язык

Я изучал язык

Я изучал язык

Везде ли

гигатонны?

Но ведь это

чисто

техническая

сложность, а не

барьер?

Как это

делается?

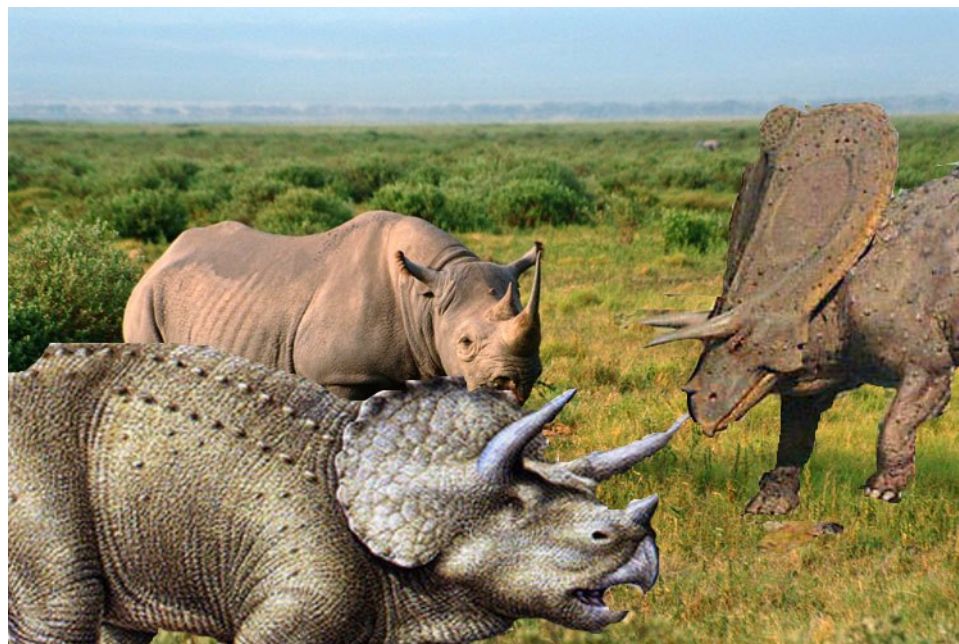
Парадокс

изобретателя

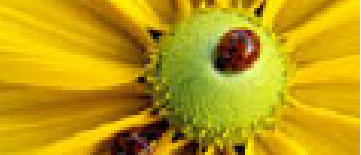
Парадокс

изобретателя

Пример эффекта



1. Скорость света



Три барьера

Три барьера

График

Эйсымонта

График

Эйсымонта

Три барьера

Скорость света

Тепловыделение

Предел

Ландауэра

«Маленькая»

тонкость

Группы

Первые шаги в

алгебру

Гигатонны кода

Я изучал язык

Я изучал язык

Я изучал язык

Везде ли

гигатонны?

Но ведь это

чисто

техническая

сложность, а не

барьер?

Как это

делается?

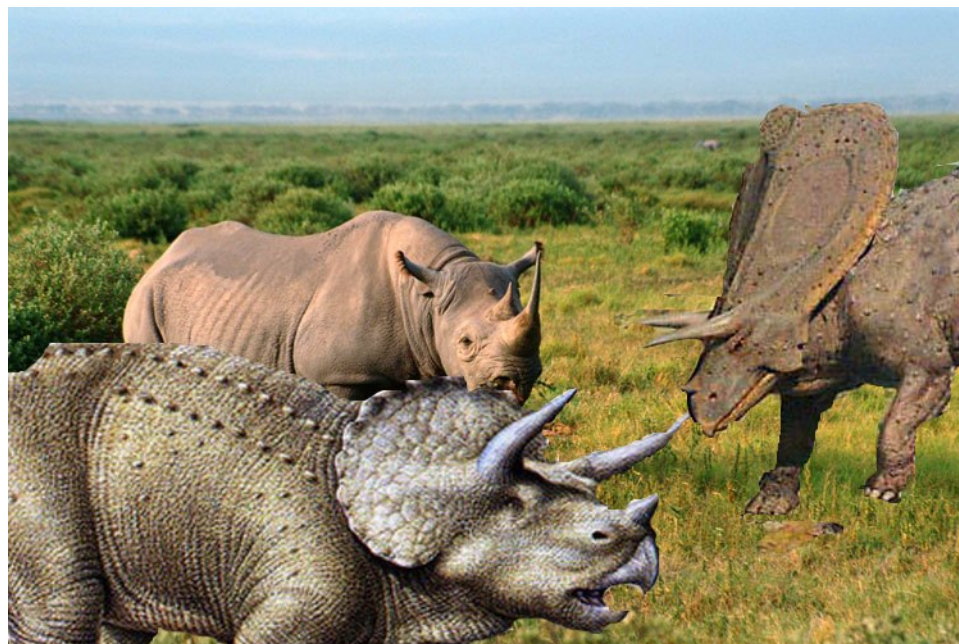
Парадокс

изобретателя

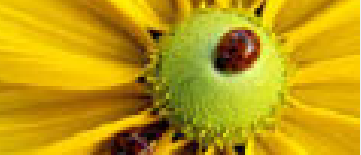
Парадокс

изобретателя

Пример эффекта



1. Скорость света
2. Тепловыделение



Три барьера

Три барьера

График

Эйсымонта

График

Эйсымонта

Три барьера

Скорость света

Тепловыделение

Предел

Ландауэра

«Маленькая»

тонкость

Группы

Первые шаги в

алгебру

Гигатонны кода

Я изучал язык

Я изучал язык

Я изучал язык

Везде ли

гигатонны?

Но ведь это

чисто

техническая

сложность, а не

барьер?

Как это

делается?

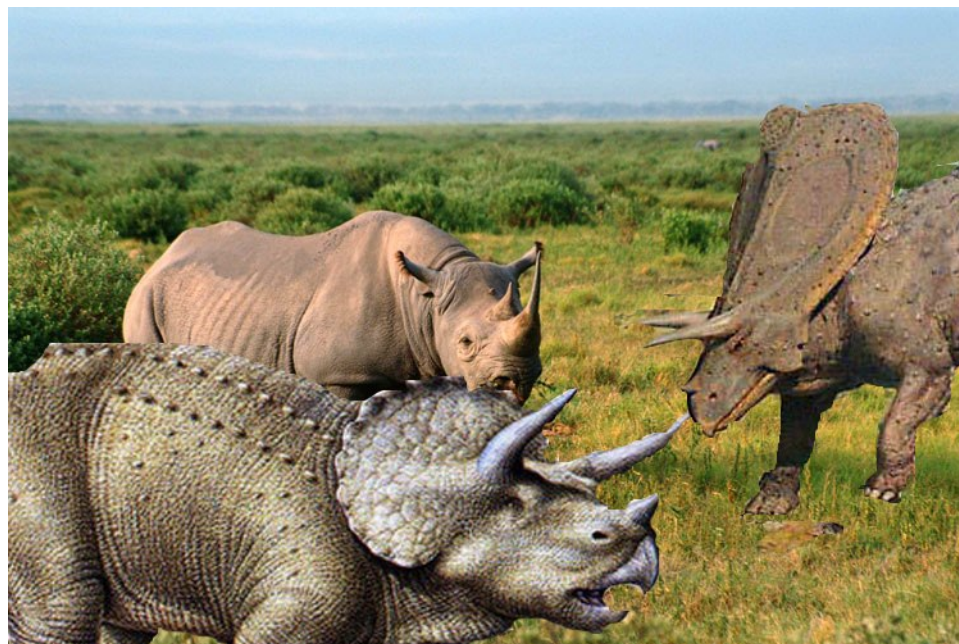
Парадокс

изобретателя

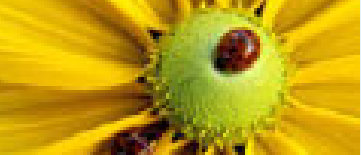
Парадокс

изобретателя

Пример эффекта



1. Скорость света
2. Тепловыделение
3. Сложность программ



Скорость света

Три барьера

График

Эйсымонта

График

Эйсымонта

Три барьера

Скорость света

Тепловыделение

Предел

Ландауэра

«Маленькая»

тонкость

Группы

Первые шаги в

алгебре

Гигатонны кода

Я изучал язык

Я изучал язык

Я изучал язык

Везде ли

гигатонны?

Но ведь это

чисто

техническая

сложность, а не

барьер?

Как это

делается?

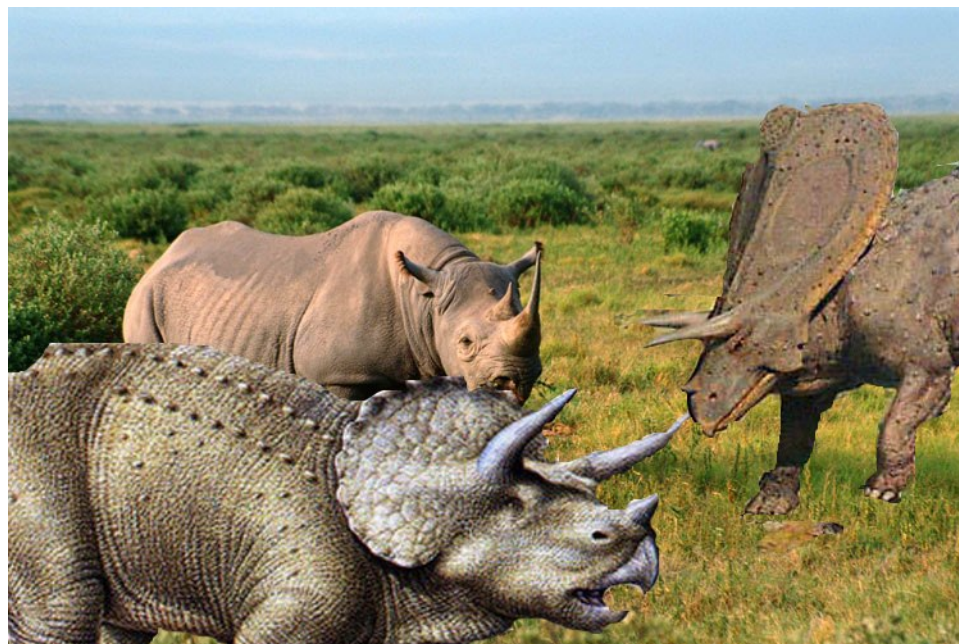
Парадокс

изобретателя

Парадокс

изобретателя

Пример эффекта



Объективно ограничивает время вычислений
снизу.



Скорость света

Три барьера

График

Эйсымонта

График

Эйсымонта

Три барьера

Скорость света

Тепловыделение

Предел

Ландауэра

«Маленькая»

тонкость

Группы

Первые шаги в

алгебру

Гигатонны кода

Я изучал язык

Я изучал язык

Я изучал язык

Везде ли

гигатонны?

Но ведь это

чисто

техническая

сложность, а не

барьер?

Как это

делается?

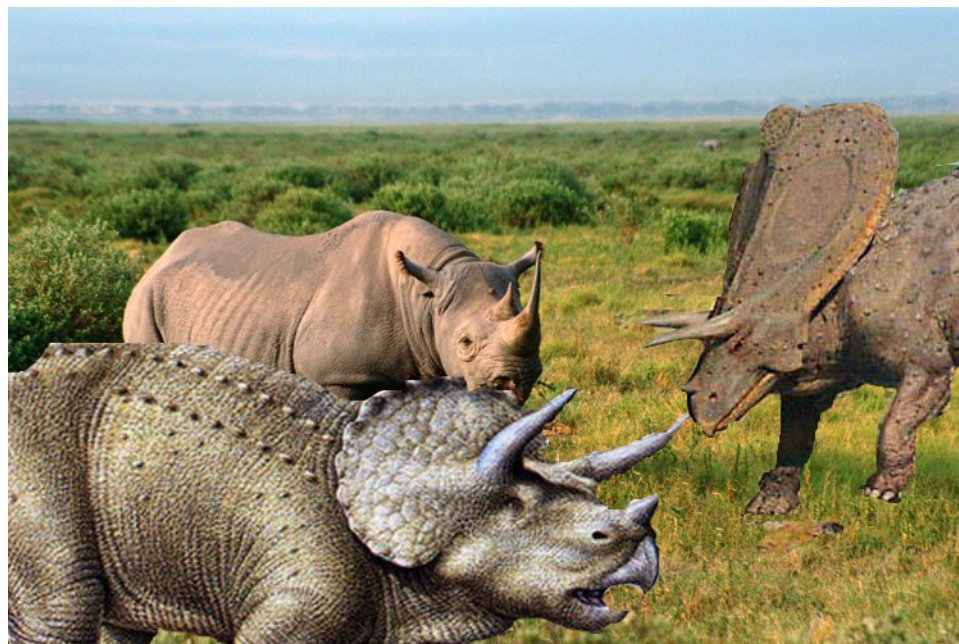
Парадокс

изобретателя

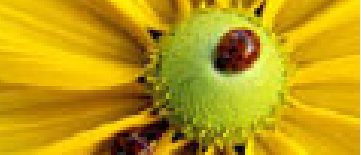
Парадокс

изобретателя

Пример эффекта



Объективно ограничивает время вычислений снизу. Пока не видно возможности обойти этого зверя, но, если она появится, понадобится полная смена парадигмы.



Тепловыделение

Три барьера

График

Эйсымонта

График

Эйсымонта

Три барьера

Скорость света

Тепловыделение

Предел

Ландауэра

«Маленькая»

тонкость

Группы

Первые шаги в

алгебре

Гигатонны кода

Я изучал язык

Я изучал язык

Я изучал язык

Везде ли

гигатонны?

Но ведь это

чисто

техническая

сложность, а не

барьер?

Как это

делается?

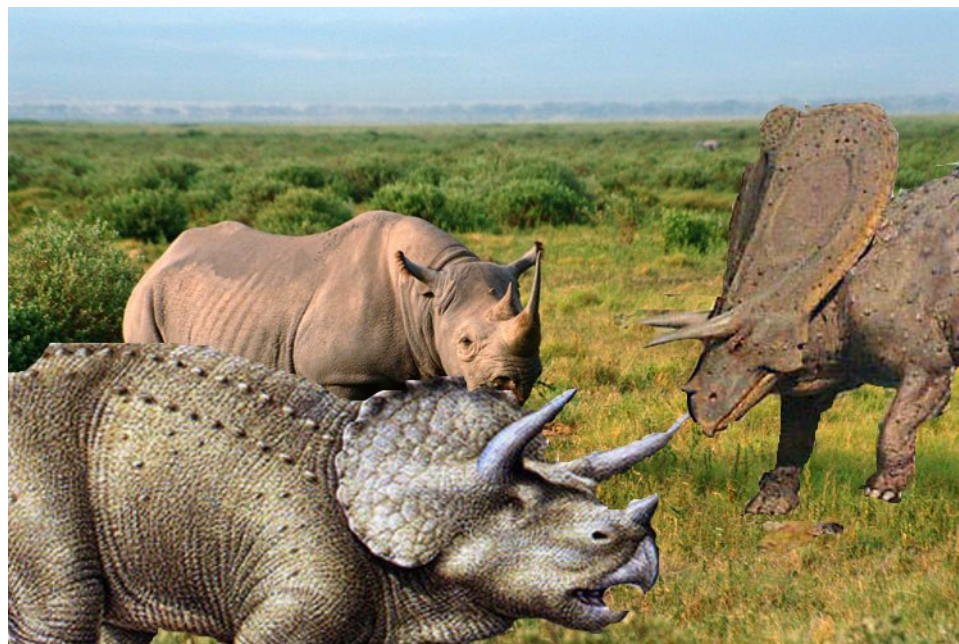
Парадокс

изобретателя

Парадокс

изобретателя

Пример эффекта



Критическая проблема для суперкомпьютеров
сейчас — выделение и отвод тепла



Тепловыделение

Три барьера

График

Эйсымонта

График

Эйсымонта

Три барьера

Скорость света

Тепловыделение

Предел

Ландауэра

«Маленькая»

тонкость

Группы

Первые шаги в

алгебре

Гигатонны кода

Я изучал язык

Я изучал язык

Я изучал язык

Везде ли

гигатонны?

Но ведь это

чисто

техническая

сложность, а не

барьер?

Как это

делается?

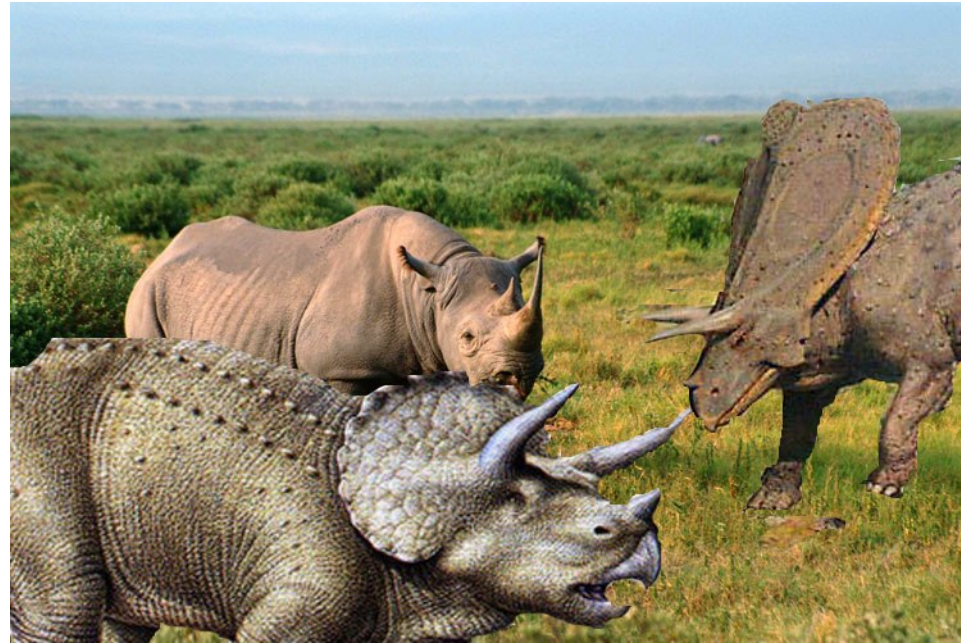
Парадокс

изобретателя

Парадокс

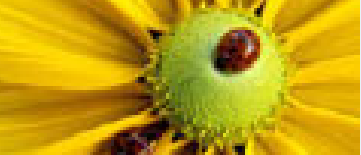
изобретателя

Пример эффекта



Критическая проблема для суперкомпьютеров
сейчас — выделение и отвод тепла

Затраты на энергию и охлаждение составляют
большую часть стоимости



Предел Ландауэра

Но одними технологическими ухищрениями не обойтись

Три барьера

График

Эйсымонта

График

Эйсымонта

Три барьера

Скорость света

Тепловыделение

Предел
Ландауэра

«Маленькая»

тонкость

Группы

Первые шаги в

алгебру

Гигатонны кода

Я изучал язык

Я изучал язык

Я изучал язык

Везде ли

гигатонны?

Но ведь это

чисто

техническая

сложность, а не

барьер?

Как это

делается?

Парадокс

изобретателя

Парадокс

изобретателя

Пример эффекта



Предел Ландауэра

Три барьера

График

Эйсымонта

График

Эйсымонта

Три барьера

Скорость света

Тепловыделение

Предел
Ландауэра

«Маленькая»

тонкость

Группы

Первые шаги в
алгебре

Гигатонны кода

Я изучал язык

Я изучал язык

Я изучал язык

Везде ли

гигатонны?

Но ведь это

чисто

техническая

сложность, а не

барьер?

Как это

делается?

Парадокс

изобретателя

Парадокс

изобретателя

Пример эффекта

Но одними технологическими ухищрениями не
обойтись

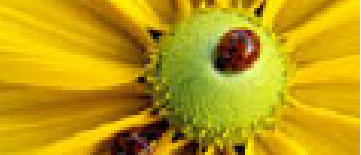
Landauer, von Neumann:

Термодинамическая нижняя граница для
обработки информации

Обобщенный принцип Ландауэра — фон Неймана

$$E_{diss} \geq T \times k_B \times \ln P$$

k_B постоянная Больцмана, T — абсолютная
температура, P число состояний базового
элемента.



«Маленькая» тонкость

Ландауэр 1961: можно обойти предел, если наши действия *обратимы*

Три барьера

График

Эйсымонта

График

Эйсымонта

Три барьера

Скорость света

Тепловыделение

Предел

Ландауэра

«Маленькая»

тонкость

Группы

Первые шаги в

алгебру

Гигатонны кода

Я изучал язык

Я изучал язык

Я изучал язык

Везде ли

гигатонны?

Но ведь это

чисто

техническая

сложность, а не

барьер?

Как это

делается?

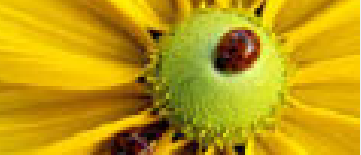
Парадокс

изобретателя

Парадокс

изобретателя

Пример эффекта



«Маленькая» тонкость

Три барьера

График

Эйсымонта

График

Эйсымонта

Три барьера

Скорость света

Тепловыделение

Предел

Ландауэра

«Маленькая»

тонкость

Группы

Первые шаги в

алгебру

Гигатонны кода

Я изучал язык

Я изучал язык

Я изучал язык

Везде ли

гигатонны?

Но ведь это

чисто

техническая

сложность, а не

барьер?

Как это

делается?

Парадокс

изобретателя

Парадокс

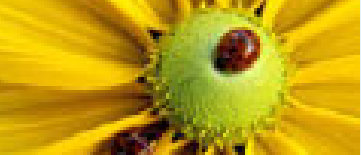
изобретателя

Пример эффекта

Ландауэр 1961: можно обойти предел, если наши действия *обратимы*

Bennett, 1973 Чтобы преодолеть предел

Ландауэра, не только операции должны быть обратимы, но и управление тоже.



«Маленькая» тонкость

Три барьера

График

Эйсымонта

График

Эйсымонта

Три барьера

Скорость света

Тепловыделение

Предел

Ландауэра

«Маленькая»

тонкость

Группы

Первые шаги в

алгебру

Гигатонны кода

Я изучал язык

Я изучал язык

Я изучал язык

Везде ли

гигатонны?

Но ведь это

чисто

техническая

сложность, а не

барьер?

Как это

делается?

Парадокс

изобретателя

Парадокс

изобретателя

Пример эффекта

Ландауэр 1961: можно обойти предел, если наши действия *обратимы*

Bennett, 1973 Чтобы преодолеть предел

Ландауэра, не только операции должны быть обратимы, но и управление тоже.

Баллистические вычисления: автоматически развиваются, однажды стартовав



«Маленькая» тонкость

Три барьера

График

Эйсымонта

График

Эйсымонта

Три барьера

Скорость света

Тепловыделение

Предел

Ландауэра

«Маленькая»

тонкость

Группы

Первые шаги в

алгебру

Гигатонны кода

Я изучал язык

Я изучал язык

Я изучал язык

Везде ли

гигатонны?

Но ведь это

чисто

техническая

сложность, а не

барьер?

Как это

делается?

Парадокс

изобретателя

Парадокс

изобретателя

Пример эффекта

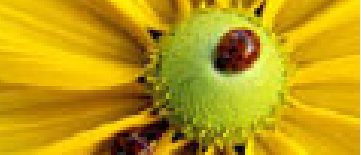
Ландауэр 1961: можно обойти предел, если наши действия *обратимы*

Bennett, 1973 Чтобы преодолеть предел

Ландауэра, не только операции должны быть обратимы, но и управление тоже.

Баллистические вычисления: автоматически развиваются, однажды стартовав

Все вычисления на молекулярном уровне и многие на нанокристаллическом обратимы.



«Маленькая» тонкость

Три барьера

График

Эйсымонта

График

Эйсымонта

Три барьера

Скорость света

Тепловыделение

Предел

Ландауэра

«Маленькая»

тонкость

Группы

Первые шаги в

алгебру

Гигатонны кода

Я изучал язык

Я изучал язык

Я изучал язык

Везде ли

гигатонны?

Но ведь это

чисто

техническая

сложность, а не

барьер?

Как это

делается?

Парадокс

изобретателя

Парадокс

изобретателя

Пример эффекта

Ландауэр 1961: можно обойти предел, если наши действия *обратимы*

Bennett, 1973 Чтобы преодолеть предел

Ландауэра, не только операции должны быть обратимы, но и управление тоже.

Баллистические вычисления: автоматически развиваются, однажды стартовав

Все вычисления на молекулярном уровне и многие на нанокристаллическом обратимы.

Квантовые вычисления обратимы.

Сверхпроводящие вычисления обратимы.



«Маленькая» тонкость

Три барьера

График

Эйсымонта

График

Эйсымонта

Три барьера

Скорость света

Тепловыделение

Предел

Ландауэра

«Маленькая»

тонкость

Группы

Первые шаги в алгебре

Гигатонны кода

Я изучал язык

Я изучал язык

Я изучал язык

Везде ли

гигатонны?

Но ведь это

чисто

техническая

сложность, а не

барьер?

Как это

делается?

Парадокс

изобретателя

Парадокс

изобретателя

Пример эффекта

Ландауэр 1961: можно обойти предел, если наши действия *обратимы*

Bennett, 1973 Чтобы преодолеть предел

Ландауэра, не только операции должны быть обратимы, но и управление тоже.

Баллистические вычисления: автоматически развиваются, однажды стартовав

Все вычисления на молекулярном уровне и многие на нанокристаллическом обратимы.

Квантовые вычисления обратимы.

Сверхпроводящие вычисления обратимы.

Так что никуда от обратимости не денемся



Группы

Три барьера

График

Эйсымонта

График

Эйсымонта

Три барьера

Скорость света

Тепловыделение

Предел

Ландауэра

«Маленькая»

тонкость

Группы

Первые шаги в

алгебру

Гигатонны кода

Я изучал язык

Я изучал язык

Я изучал язык

Везде ли

гигатонны?

Но ведь это

чисто

техническая

сложность, а не

барьер?

Как это

делается?

Парадокс

изобретателя

Парадокс

изобретателя

Пример эффекта

Как представляют обратимые действия в науке?



Группы

Три барьера

График

Эйсымонта

График

Эйсымонта

Три барьера

Скорость света

Тепловыделение

Предел

Ландауэра

«Маленькая»

тонкость

Группы

Первые шаги в

алгебру

Гигатонны кода

Я изучал язык

Я изучал язык

Я изучал язык

Везде ли

гигатонны?

Но ведь это

чисто

техническая

сложность, а не

барьер?

Как это

делается?

Парадокс

изобретателя

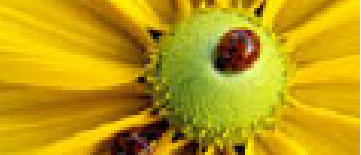
Парадокс

изобретателя

Пример эффекта

Как представляют обратимые действия в науке?

Группы: операция $a \circ b$ с единичным элементом e и обратными для каждого a^{-1} :



Группы

Три барьера

График

Эйсымонта

График

Эйсымонта

Три барьера

Скорость света

Тепловыделение

Предел

Ландауэра

«Маленькая»

тонкость

Группы

Первые шаги в

алгебру

Гигатонны кода

Я изучал язык

Я изучал язык

Я изучал язык

Везде ли

гигатонны?

Но ведь это

чисто

техническая

сложность, а не

барьер?

Как это

делается?

Парадокс

изобретателя

Парадокс

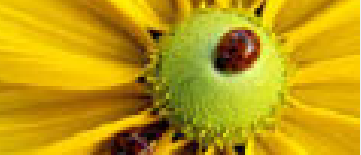
изобретателя

Пример эффекта

Как представляют обратимые действия в науке?

Группы: операция $a \circ b$ с единичным элементом e и обратными для каждого a^{-1} :

$$\text{Ассоциативность: } a \circ (b \circ c) = (a \circ b) \circ c;$$



Группы

Три барьера

График

Эйсымонта

График

Эйсымонта

Три барьера

Скорость света

Тепловыделение

Предел

Ландауэра

«Маленькая»

тонкость

Группы

Первые шаги в

алгебру

Гигатонны кода

Я изучал язык

Я изучал язык

Я изучал язык

Везде ли

гигатонны?

Но ведь это

чисто

техническая

сложность, а не

барьер?

Как это

делается?

Парадокс

изобретателя

Парадокс

изобретателя

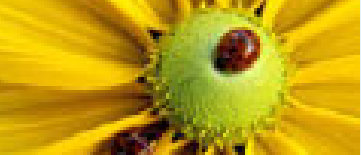
Пример эффекта

Как представляют обратимые действия в науке?

Группы: операция $a \circ b$ с единичным элементом e и обратными для каждого a^{-1} :

$$\text{Ассоциативность: } a \circ (b \circ c) = (a \circ b) \circ c;$$

$$e \circ a = a \circ e = a;$$



Группы

Три барьера

График

Эйсымонта

График

Эйсымонта

Три барьера

Скорость света

Тепловыделение

Предел

Ландауэра

«Маленькая»

тонкость

Группы

Первые шаги в

алгебру

Гигатонны кода

Я изучал язык

Я изучал язык

Я изучал язык

Везде ли

гигатонны?

Но ведь это

чисто

техническая

сложность, а не

барьер?

Как это

делается?

Парадокс

изобретателя

Парадокс

изобретателя

Пример эффекта

Как представляют обратимые действия в науке?

Группы: операция $a \circ b$ с единичным элементом e и обратными для каждого a^{-1} :

$$\text{Ассоциативность: } a \circ (b \circ c) = (a \circ b) \circ c;$$

$$e \circ a = a \circ e = a;$$

$$\text{Обращение: } a \circ a^{-1} = a^{-1} \circ a = e$$



Группы

Три барьера

График

Эйсымонта

График

Эйсымонта

Три барьера

Скорость света

Тепловыделение

Предел

Ландауэра

«Маленькая»

тонкость

Группы

Первые шаги в

алгебру

Гигатонны кода

Я изучал язык

Я изучал язык

Я изучал язык

Везде ли

гигатонны?

Но ведь это

чисто

техническая

сложность, а не

барьер?

Как это

делается?

Парадокс

изобретателя

Парадокс

изобретателя

Пример эффекта

Как представляют обратимые действия в науке?

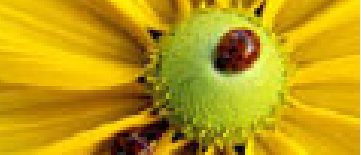
Группы: операция $a \circ b$ с единичным элементом e и обратными для каждого a^{-1} :

$$\text{Ассоциативность: } a \circ (b \circ c) = (a \circ b) \circ c;$$

$$e \circ a = a \circ e = a;$$

$$\text{Обращение: } a \circ a^{-1} = a^{-1} \circ a = e$$

Любое пространство обратимых функций — группа.



Группы

Три барьера

График

Эйсымонта

График

Эйсымонта

Три барьера

Скорость света

Тепловыделение

Предел

Ландауэра

«Маленькая»

тонкость

Группы

Первые шаги в

алгебру

Гигатонны кода

Я изучал язык

Я изучал язык

Я изучал язык

Везде ли

гигатонны?

Но ведь это

чисто

техническая

сложность, а не

барьер?

Как это

делается?

Парадокс

изобретателя

Парадокс

изобретателя

Пример эффекта

Как представляют обратимые действия в науке?

Группы: операция $a \circ b$ с единичным элементом e и обратными для каждого a^{-1} :

$$\text{Ассоциативность: } a \circ (b \circ c) = (a \circ b) \circ c;$$

$$e \circ a = a \circ e = a;$$

$$\text{Обращение: } a \circ a^{-1} = a^{-1} \circ a = e$$

Любое пространство обратимых функций — группа.

Так что принято считать группы универсальным представлением обратимых операций



Первые шаги в алгебру

Что вычисляет молекула или нанокристалл?

Три барьера

График

Эйсымонта

График

Эйсымонта

Три барьера

Скорость света

Тепловыделение

Предел

Ландауэра

«Маленькая»

тонкость

Группы

Первые шаги в алгебру

Гигатонны кода

Я изучал язык

Я изучал язык

Я изучал язык

Везде ли

гигатонны?

Но ведь это

чисто

техническая

сложность, а не

барьер?

Как это

делается?

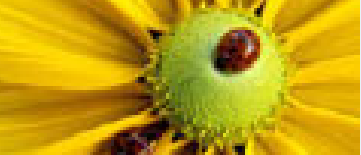
Парадокс

изобретателя

Парадокс

изобретателя

Пример эффекта



Первые шаги в алгебру

[Три барьера](#)

[График](#)

[Эйсымонта](#)

[График](#)

[Эйсымонта](#)

[Три барьера](#)

[Скорость света](#)

[Тепловыделение](#)

[Предел](#)

[Ландауэра](#)

[«Маленькая»](#)

[тонкость](#)

[Группы](#)

[Первые шаги в алгебру](#)

[Гигатонны кода](#)

[Я изучал язык](#)

[Я изучал язык](#)

[Я изучал язык](#)

[Везде ли](#)

[гигатонны?](#)

[Но ведь это](#)

[чисто](#)

[техническая](#)

[сложность, а не](#)

[барьер?](#)

[Как это](#)

[делается?](#)

[Парадокс](#)

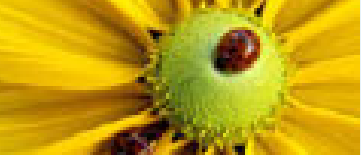
[изобретателя](#)

[Парадокс](#)

[изобретателя](#)

[Пример эффекта](#)

Что вычисляет молекула или нанокристалл?
Конечную группу



Первые шаги в алгебру

Три барьера

График

Эйсымонта

График

Эйсымонта

Три барьера

Скорость света

Тепловыделение

Предел

Ландауэра

«Маленькая»

тонкость

Группы

Первые шаги в алгебру

Гигатонны кода

Я изучал язык

Я изучал язык

Я изучал язык

Везде ли

гигатонны?

Но ведь это

чисто

техническая

сложность, а не

барьер?

Как это

делается?

Парадокс

изобретателя

Парадокс

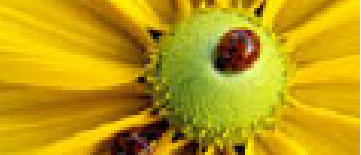
изобретателя

Пример эффекта

Что вычисляет молекула или нанокристалл?

Конечную группу

Так что с самого начала обратимые программы становятся недвоичными, нечисловыми, алгебраическими



Первые шаги в алгебру

Три барьера

График

Эйсымонта

График

Эйсымонта

Три барьера

Скорость света

Тепловыделение

Предел

Ландауэра

«Маленькая»

тонкость

Группы

Первые шаги в алгебру

Гигатонны кода

Я изучал язык

Я изучал язык

Я изучал язык

Везде ли

гигатонны?

Но ведь это

чисто

техническая

сложность, а не

барьер?

Как это

делается?

Парадокс

изобретателя

Парадокс

изобретателя

Пример эффекта

Что вычисляет молекула или нанокристалл?

Конечную группу

Так что с самого начала обратимые программы становятся недвоичными, нечисловыми, алгебраическими

Что в принципе можно алгебраически моделировать в конечных группах



Первые шаги в алгебру

Три барьера

График

Эйсымонта

График

Эйсымонта

Три барьера

Скорость света

Тепловыделение

Предел

Ландауэра

«Маленькая»

тонкость

Группы

Первые шаги в алгебру

Гигатонны кода

Я изучал язык

Я изучал язык

Я изучал язык

Везде ли

гигатонны?

Но ведь это

чисто

техническая

сложность, а не

барьер?

Как это

делается?

Парадокс

изобретателя

Парадокс

изобретателя

Пример эффекта

Что вычисляет молекула или нанокристалл?

Конечную группу

Так что с самого начала обратимые программы становятся недвоичными, нечисловыми, алгебраическими

Что в принципе можно алгебраически моделировать в конечных группах

Очень многое



Первые шаги в алгебру

Три барьера

График

Эйсымонта

График

Эйсымонта

Три барьера

Скорость света

Тепловыделение

Предел

Ландауэра

«Маленькая»

тонкость

Группы

Первые шаги в алгебру

Гигатонны кода

Я изучал язык

Я изучал язык

Я изучал язык

Везде ли

гигатонны?

Но ведь это

чисто

техническая

сложность, а не

барьер?

Как это

делается?

Парадокс

изобретателя

Парадокс

изобретателя

Пример эффекта

Что вычисляет молекула или нанокристалл?

Конечную группу

Так что с самого начала обратимые программы

становятся недвоичными, нечисловыми,

алгебраическими

Что в принципе можно алгебраически

моделировать в конечных группах

Очень многое

Готова ли практика к этому?



Первые шаги в алгебру

Три барьера

График

Эйсымонта

График

Эйсымонта

Три барьера

Скорость света

Тепловыделение

Предел

Ландауэра

«Маленькая»

тонкость

Группы

Первые шаги в алгебру

Гигатонны кода

Я изучал язык

Я изучал язык

Я изучал язык

Везде ли

гигатонны?

Но ведь это

чисто

техническая

сложность, а не

барьер?

Как это

делается?

Парадокс

изобретателя

Парадокс

изобретателя

Пример эффекта

Что вычисляет молекула или нанокристалл?

Конечную группу

Так что с самого начала обратимые программы

становятся недвоичными, нечисловыми,

алгебраическими

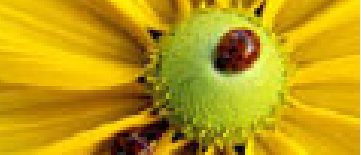
Что в принципе можно алгебраически

моделировать в конечных группах

Очень многое

Готова ли практика к этому?

Нет



Первые шаги в алгебру

Три барьера

График

Эйсымонта

График

Эйсымонта

Три барьера

Скорость света

Тепловыделение

Предел

Ландауэра

«Маленькая»

тонкость

Группы

Первые шаги в алгебру

Гигатонны кода

Я изучал язык

Я изучал язык

Я изучал язык

Везде ли

гигатонны?

Но ведь это

чисто

техническая

сложность, а не

барьер?

Как это

делается?

Парадокс

изобретателя

Парадокс

изобретателя

Пример эффекта

Что вычисляет молекула или нанокристалл?

Конечную группу

Так что с самого начала обратимые программы

становятся недвоичными, нечисловыми,

алгебраическими

Что в принципе можно алгебраически

моделировать в конечных группах

Очень многое

Готова ли практика к этому?

Нет

Готова ли теория к этому?



Первые шаги в алгебру

Три барьера

График

Эйсымонта

График

Эйсымонта

Три барьера

Скорость света

Тепловыделение

Предел

Ландауэра

«Маленькая»

тонкость

Группы

Первые шаги в алгебру

Гигатонны кода

Я изучал язык

Я изучал язык

Я изучал язык

Везде ли

гигатонны?

Но ведь это

чисто

техническая

сложность, а не

барьер?

Как это

делается?

Парадокс

изобретателя

Парадокс

изобретателя

Пример эффекта

Что вычисляет молекула или нанокристалл?

Конечную группу

Так что с самого начала обратимые программы

становятся недвоичными, нечисловыми,

алгебраическими

Что в принципе можно алгебраически

моделировать в конечных группах

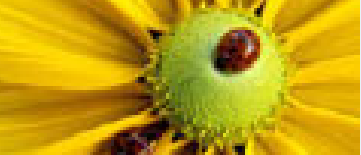
Очень многое

Готова ли практика к этому?

Нет

Готова ли теория к этому?

Почти готова



Гигатонны кода

Три барьера

График

Эйсымонта

График

Эйсымонта

Три барьера

Скорость света

Тепловыделение

Предел

Ландауэра

«Маленькая»

тонкость

Группы

Первые шаги в

алгебру

Гигатонны кода

Я изучал язык

Я изучал язык

Я изучал язык

Везде ли

гигатонны?

Но ведь это

чисто

техническая

сложность, а не

барьер?

Как это

делается?

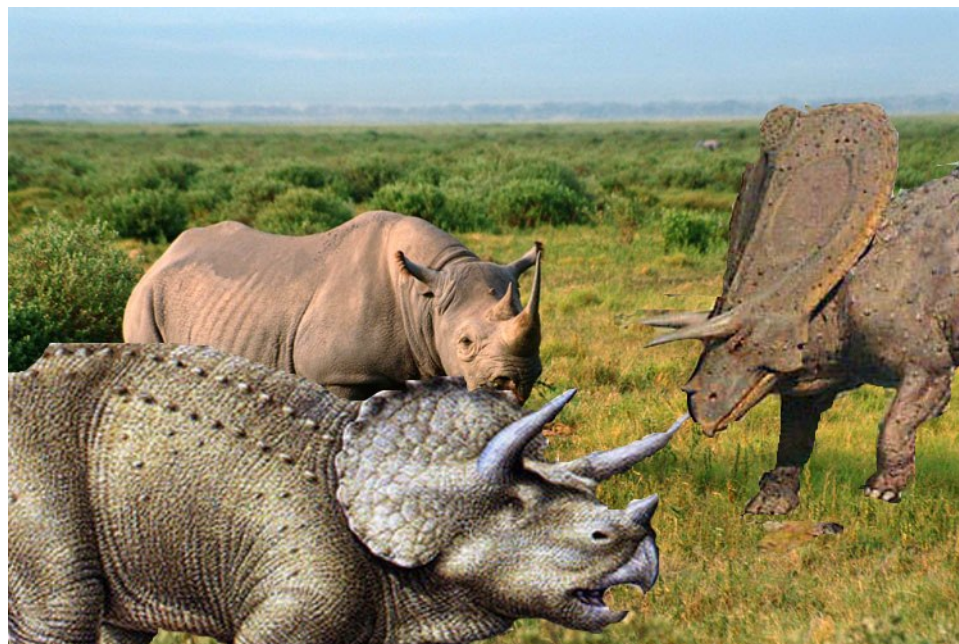
Парадокс

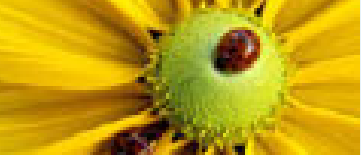
изобретателя

Парадокс

изобретателя

Пример эффекта





Гигатонны кода

Три барьера

График

Эйсымонта

График

Эйсымонта

Три барьера

Скорость света

Тепловыделение

Предел

Ландауэра

«Маленькая»

тонкость

Группы

Первые шаги в

алгебру

Гигатонны кода

Я изучал язык

Я изучал язык

Я изучал язык

Везде ли

гигатонны?

Но ведь это

чисто

техническая

сложность, а не

барьер?

Как это

делается?

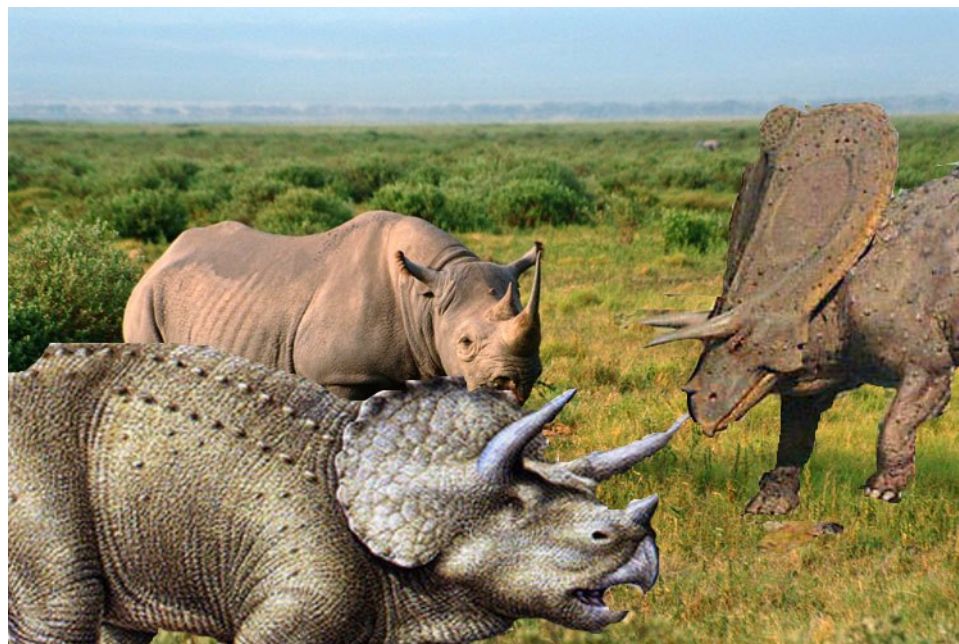
Парадокс

изобретателя

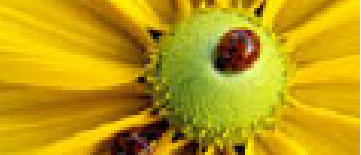
Парадокс

изобретателя

Пример эффекта



Программные системы, как динозавры,
задыхаются под тяжестью собственного кода



Гигатонны кода

Три барьера

График

Эйсымонта

График

Эйсымонта

Три барьера

Скорость света

Тепловыделение

Предел

Ландауэра

«Маленькая»

тонкость

Группы

Первые шаги в

алгебру

Гигатонны кода

Я изучал язык

Я изучал язык

Я изучал язык

Везде ли

гигатонны?

Но ведь это

чисто

техническая

сложность, а не

барьер?

Как это

делается?

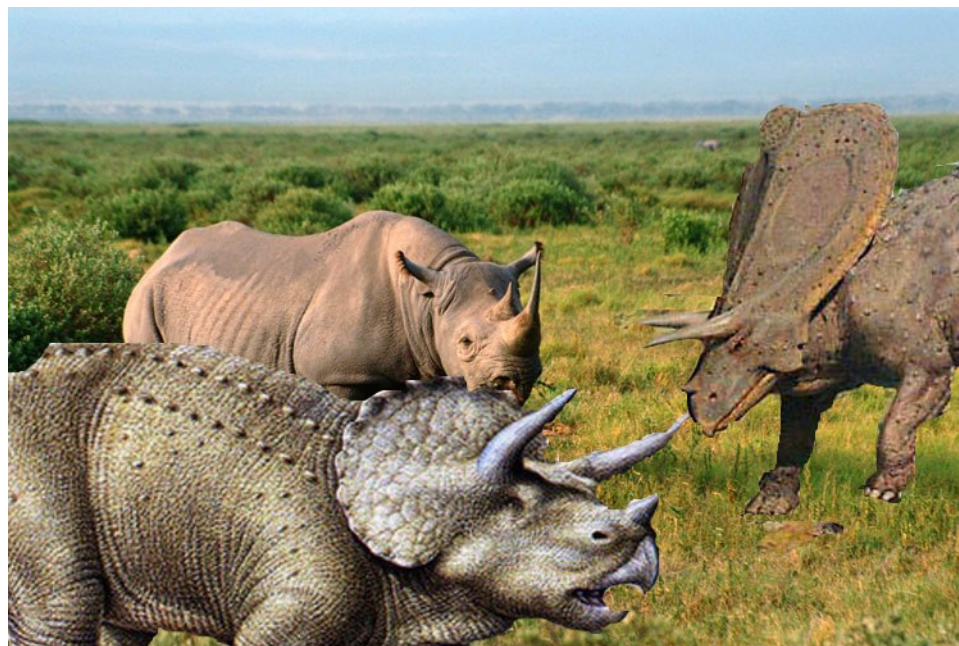
Парадокс

изобретателя

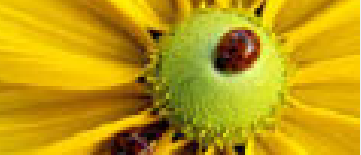
Парадокс

изобретателя

Пример эффекта



Программные системы, как динозавры,
задыхаются под тяжестью собственного кода
Считается, что процесс увеличения объема кода
объективен



Гигатонны кода

Три барьера

График

Эйсымонта

График

Эйсымонта

Три барьера

Скорость света

Тепловыделение

Предел

Ландауэра

«Маленькая»

тонкость

Группы

Первые шаги в

алгебру

Гигатонны кода

Я изучал язык

Я изучал язык

Я изучал язык

Везде ли

гигатонны?

Но ведь это

чисто

техническая

сложность, а не

барьер?

Как это

делается?

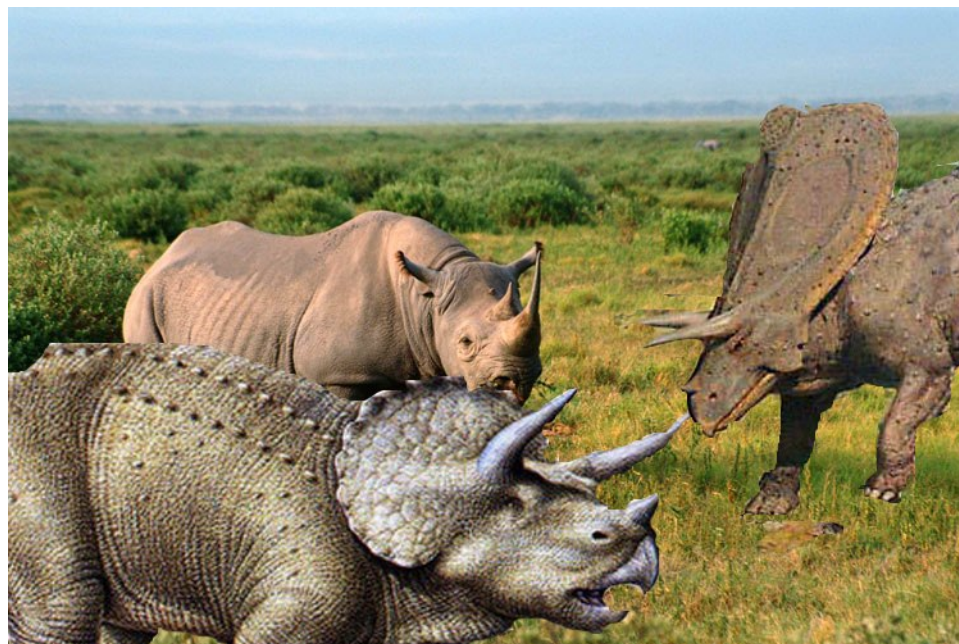
Парадокс

изобретателя

Парадокс

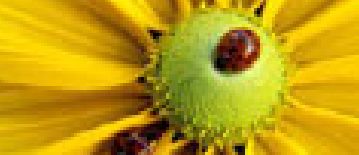
изобретателя

Пример эффекта



Программные системы, как динозавры,
задыхаются под тяжестью собственного кода
Считается, что процесс увеличения объема кода
объективен
Объективно *агрессивное невежество*
программистов

Я изучал язык



Три барьера

График

Эйсымонта

График

Эйсымонта

Три барьера

Скорость света

Тепловыделение

Предел

Ландауэра

«Маленькая»

тонкость

Группы

Первые шаги в

алгебру

Гигатонны кода

Я изучал язык

Я изучал язык

Я изучал язык

Везде ли

гигатонны?

Но ведь это

чисто

техническая

сложность, а не

барьер?

Как это

делается?

Парадокс

изобретателя

Парадокс

изобретателя

Пример эффекта





Я изучал язык

Три барьера

График

Эйсымонта

График

Эйсымонта

Три барьера

Скорость света

Тепловыделение

Предел

Ландауэра

«Маленькая»

тонкость

Группы

Первые шаги в
алгебру

Гигатонны кода

Я изучал язык

Я изучал язык

Я изучал язык

Везде ли

гигатонны?

Но ведь это

чисто

техническая

сложность, а не

барьер?

Как это

делается?

Парадокс

изобретателя

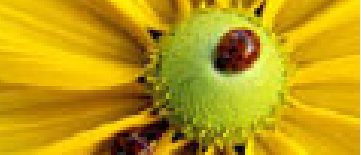
Парадокс

изобретателя

Пример эффекта



Эффект агрессивного невежества проявляется уже для современных суперкомпьютеров



Я изучал язык

Три барьера

График

Эйсымонта

График

Эйсымонта

Три барьера

Скорость света

Тепловыделение

Предел

Ландауэра

«Маленькая»

тонкость

Группы

Первые шаги в

алгебру

Гигатонны кода

Я изучал язык

Я изучал язык

Я изучал язык

Везде ли

гигатонны?

Но ведь это

чисто

техническая

сложность, а не

барьер?

Как это

делается?

Парадокс

изобретателя

Парадокс

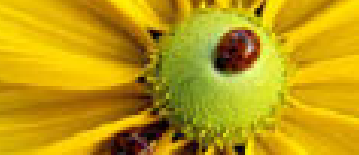
изобретателя

Пример эффекта



Эффект агрессивного невежества проявляется уже для современных суперкомпьютеров
Разнородные процессоры и сложная топология не могут быть взяты топором-колуном
C++UMPI

Я изучал язык



Три барьера

График

Эйсымонта

График

Эйсымонта

Три барьера

Скорость света

Тепловыделение

Предел

Ландауэра

«Маленькая»

тонкость

Группы

Первые шаги в
алгебру

Гигатонны кода

Я изучал язык

Я изучал язык

Я изучал язык

Везде ли

гигатонны?

Но ведь это

чисто

техническая

сложность, а не

барьер?

Как это

делается?

Парадокс

изобретателя

Парадокс

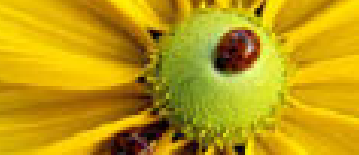
изобретателя

Пример эффекта



Но программисты ИЗУЧАЛИ язык и он вбит им в голову как нечто абсолютное. Думать они могут лишь в терминах последовательных процессов и битов.

Я изучал язык



Три барьера

График

Эйсымонта

График

Эйсымонта

Три барьера

Скорость света

Тепловыделение

Предел

Ландауэра

«Маленькая»

тонкость

Группы

Первые шаги в
алгебру

Гигатонны кода

Я изучал язык

Я изучал язык

Я изучал язык

Везде ли

гигатонны?

Но ведь это

чисто

техническая

сложность, а не

барьер?

Как это

делается?

Парадокс

изобретателя

Парадокс

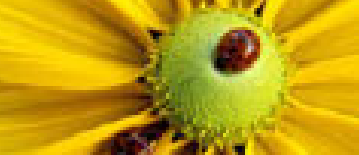
изобретателя

Пример эффекта



Первые доклады о мире алгебраического
программирования программисты практически
не воспринимали...

Я изучал язык



Три барьера

График

Эйсымонта

График

Эйсымонта

Три барьера

Скорость света

Тепловыделение

Предел

Ландауэра

«Маленькая»

тонкость

Группы

Первые шаги в
алгебру

Гигатонны кода

Я изучал язык

Я изучал язык

Я изучал язык

Везде ли

гигатонны?

Но ведь это

чисто

техническая

сложность, а не

барьер?

Как это

делается?

Парадокс

изобретателя

Парадокс

изобретателя

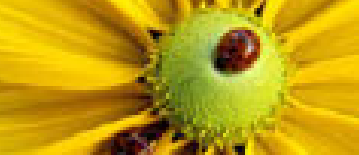
Пример эффекта



Первые доклады о мире алгебраического программирования программисты практически не воспринимали...

Это касается не только кодеров. Люди, занимавшиеся благородными Хаскеллом, Лиспом и рефалом, тоже становились в тупик.

Я изучал язык



Три барьера

График

Эйсымонта

График

Эйсымонта

Три барьера

Скорость света

Тепловыделение

Предел

Ландауэра

«Маленькая»

тонкость

Группы

Первые шаги в алгебру

Гигатонны кода

Я изучал язык

Я изучал язык

Я изучал язык

Везде ли

гигатонны?

Но ведь это

чисто

техническая

сложность, а не

барьер?

Как это

делается?

Парадокс

изобретателя

Парадокс

изобретателя

Пример эффекта



Первые доклады о мире алгебраического программирования программисты практически не воспринимали...

Это касается не только кодеров. Люди, занимавшиеся благородными Хаскеллом, Лиспом и рефалом, тоже становились в тупик. А «железячники» быстро поняли, в чем суть



Везде ли гигатонны?

Математики (теоретические, чистые) уже давно и успешно борются с этим.

Три барьера

График

Эйсымонта

График

Эйсымонта

Три барьера

Скорость света

Тепловыделение

Предел

Ландауэра

«Маленькая»

тонкость

Группы

Первые шаги в

алгебру

Гигатонны кода

Я изучал язык

Я изучал язык

Я изучал язык

Везде ли

гигатонны?

Но ведь это

чисто

техническая

сложность, а не

барьер?

Как это

делается?

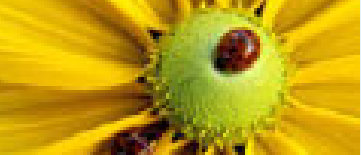
Парадокс

изобретателя

Парадокс

изобретателя

Пример эффекта



Везде ли гигатонны?

Математики (теоретические, чистые) уже давно и успешно борются с этим.

Типичный случай развития новой математической теории — не разбухание под тяжестью новых никому не нужных пользух и залатанных дыр, а свертывание первоначально длинных, сложных конструкций в простые ясные, но гораздо более абстрактные.

Три барьера

График

Эйсымонта

График

Эйсымонта

Три барьера

Скорость света

Тепловыделение

Предел

Ландауэра

«Маленькая»

тонкость

Группы

Первые шаги в

алгебре

Гигатонны кода

Я изучал язык

Я изучал язык

Я изучал язык

Везде ли
гигатонны?

Но ведь это

чисто

техническая

сложность, а не

барьер?

Как это

делается?

Парадокс

изобретателя

Парадокс

изобретателя

Пример эффекта



Везде ли гигатонны?

Три барьера

График

Эйсымонта

График

Эйсымонта

Три барьера

Скорость света

Тепловыделение

Предел

Ландауэра

«Маленькая»

тонкость

Группы

Первые шаги в

алгебру

Гигатонны кода

Я изучал язык

Я изучал язык

Я изучал язык

Везде ли

гигатонны?

Но ведь это

чисто

техническая

сложность, а не

барьер?

Как это

делается?

Парадокс

изобретателя

Парадокс

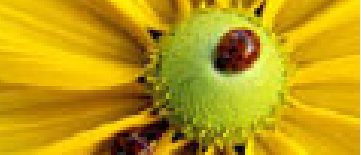
изобретателя

Пример эффекта

Математики (теоретические, чистые) уже давно и успешно борются с этим.

Типичный случай развития новой математической теории — не разбухание под тяжестью новых никому не нужных пользух и залатанных дыр, а свертывание первоначально длинных, сложных конструкций в простые ясные, но гораздо более абстрактные.

Пример: теорема полноты классической логики. 200 страниц первоначального доказательства и пара страниц нынешнего, из которых лишь одна содержит конструкцию, а другая — необходимые понятия.



Но ведь это чисто техническая сложность, а не барьер?

Барьер есть у каждого человека и сообщества: предел Чейтина.

Три барьера

График

Эйсымонта

График

Эйсымонта

Три барьера

Скорость света

Тепловыделение

Предел

Ландауэра

«Маленькая»

тонкость

Группы

Первые шаги в

алгебру

Гигатонны кода

Я изучал язык

Я изучал язык

Я изучал язык

Везде ли

гигатонны?

Но ведь это

чисто

техническая

сложность, а не

барьер?

Как это

делается?

Парадокс

изобретателя

Парадокс

изобретателя

Пример эффекта



Но ведь это чисто техническая сложность, а не барьер?

Барьер есть у каждого человека и сообщества: предел Чейтина.

Чейтин (1968) установил, что каждая система (все равно, конечная или нет) не может понять объекты выше некоторой сложности.

Три барьера

График

Эйсымонта

График

Эйсымонта

Три барьера

Скорость света

Тепловыделение

Предел

Ландауэра

«Маленькая»

тонкость

Группы

Первые шаги в

алгебру

Гигатонны кода

Я изучал язык

Я изучал язык

Я изучал язык

Везде ли

гигатонны?

Но ведь это

чисто

техническая

сложность, а не

барьер?

Как это

делается?

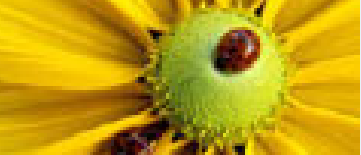
Парадокс

изобретателя

Парадокс

изобретателя

Пример эффекта



Но ведь это чисто техническая сложность, а не барьер?

Барьер есть у каждого человека и сообщества: предел Чейтина.

Чейтин (1968) установил, что каждая система (все равно, конечная или нет) не может понять объекты выше некоторой сложности.

Переворачивать гигатонны — приближаться или превосходить свой предел Чейтина

Три барьера

График

Эйсымонта

График

Эйсымонта

Три барьера

Скорость света

Тепловыделение

Предел

Ландауэра

«Маленькая»

тонкость

Группы

Первые шаги в

алгебру

Гигатонны кода

Я изучал язык

Я изучал язык

Я изучал язык

Везде ли

гигатонны?

Но ведь это

чисто

техническая

сложность, а не

барьер?

Как это

делается?

Парадокс

изобретателя

Парадокс

изобретателя

Пример эффекта



Как это делается?

Д. Гильберт (1925): Хотя *в принципе* идеальные понятия могут быть устранены, наука не может без них развиваться.

Три барьера

График

Эйсымонта

График

Эйсымонта

Три барьера

Скорость света

Тепловыделение

Предел

Ландауэра

«Маленькая»

тонкость

Группы

Первые шаги в

алгебру

Гигатонны кода

Я изучал язык

Я изучал язык

Я изучал язык

Везде ли

гигатонны?

Но ведь это

чисто

техническая

сложность, а не

барьер?

Как это
делается?

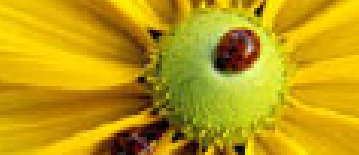
Парадокс

изобретателя

Парадокс

изобретателя

Пример эффекта



Как это делается?

Д. Гильберт (1925): Хотя *в принципе* идеальные понятия могут быть устранены, наука не может без них развиваться.

В некоторый момент бритва Оккама превращается в революционную бритву: гильотину

Три барьера

График

Эйсымонта

График

Эйсымонта

Три барьера

Скорость света

Тепловыделение

Предел

Ландауэра

«Маленькая»

тонкость

Группы

Первые шаги в

алгебру

Гигатонны кода

Я изучал язык

Я изучал язык

Я изучал язык

Везде ли

гигатонны?

Но ведь это

чисто

техническая

сложность, а не

барьер?

Как это
делается?

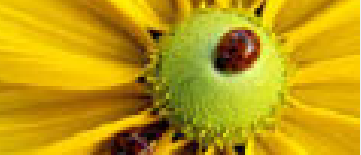
Парадокс

изобретателя

Парадокс

изобретателя

Пример эффекта



Как это делается?

Три барьера

График

Эйсымонта

График

Эйсымонта

Три барьера

Скорость света

Тепловыделение

Предел

Ландауэра

«Маленькая»

тонкость

Группы

Первые шаги в

алгебру

Гигатонны кода

Я изучал язык

Я изучал язык

Я изучал язык

Везде ли

гигатонны?

Но ведь это

чисто

техническая

сложность, а не

барьер?

Как это
делается?

Парадокс

изобретателя

Парадокс

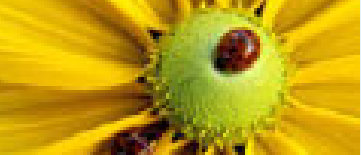
изобретателя

Пример эффекта

Д. Гильберт (1925): Хотя *в принципе* идеальные понятия могут быть устранены, наука не может без них развиваться.

В некоторый момент бритва Оккама превращается в революционную бритву: гильотину

Это оставалось прозрением, не подтвержденным результатами, до 50-х годов.



Парадокс изобретателя

Д. Пойа: доказать простое утверждение часто можно лишь посредством сложных промежуточных лемм.

Три барьера

График

Эйсымонта

График

Эйсымонта

Три барьера

Скорость света

Тепловыделение

Предел

Ландауэра

«Маленькая»

тонкость

Группы

Первые шаги в

алгебру

Гигатонны кода

Я изучал язык

Я изучал язык

Я изучал язык

Везде ли

гигатонны?

Но ведь это

чисто

техническая

сложность, а не

барьер?

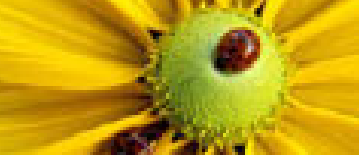
Как это

делается?

Парадокс
изобретателя

Парадокс
изобретателя

Пример эффекта



Парадокс изобретателя

Три барьера

График

Эйсымонта

График

Эйсымонта

Три барьера

Скорость света

Тепловыделение

Предел

Ландауэра

«Маленькая»

тонкость

Группы

Первые шаги в

алгебру

Гигатонны кода

Я изучал язык

Я изучал язык

Я изучал язык

Везде ли

гигатонны?

Но ведь это

чисто

техническая

сложность, а не

барьер?

Как это

делается?

Парадокс
изобретателя

Парадокс
изобретателя

Пример эффекта

Д. Пойа: доказать простое утверждение часто можно лишь посредством сложных промежуточных лемм.

Ван Хао (1954) В арифметике есть последовательность формул вида

$$\forall x f_n(x) = 0,$$

где f_i — элементарные вычислимые функции, для доказательства которых необходимы леммы с n переменными кванторов



Парадокс изобретателя

Три барьера

График

Эйсымонта

График

Эйсымонта

Три барьера

Скорость света

Тепловыделение

Предел

Ландауэра

«Маленькая»

тонкость

Группы

Первые шаги в

алгебру

Гигатонны кода

Я изучал язык

Я изучал язык

Я изучал язык

Везде ли

гигатонны?

Но ведь это

чисто

техническая

сложность, а не

барьер?

Как это

делается?

Парадокс

изобретателя

Парадокс

изобретателя

Пример эффекта

В. Оревков (1968)

Имеется последовательность формул логики A_n , такая, что для доказательства A_n без лемм необходимо

$$\left((2^2)^{\dots} \right)^2 \text{ (высота } n \text{)}$$

шагов, а для доказательства с леммами — $13 \cdot n + 7$.



Пример эффекта Оревкова

Если у нас есть лишь исходная операция прибавления единицы, то вычисление экспоненты требует экспоненциального числа шагов.

Три барьера

График

Эйсымонта

График

Эйсымонта

Три барьера

Скорость света

Тепловыделение

Предел

Ландауэра

«Маленькая»

тонкость

Группы

Первые шаги в

алгебру

Гигатонны кода

Я изучал язык

Я изучал язык

Я изучал язык

Везде ли

гигатонны?

Но ведь это

чисто

техническая

сложность, а не

барьер?

Как это

делается?

Парадокс

изобретателя

Парадокс

изобретателя

Пример эффекта



Пример эффекта Оревкова

Три барьера

График

Эйсымонта

График

Эйсымонта

Три барьера

Скорость света

Тепловыделение

Предел

Ландауэра

«Маленькая»

тонкость

Группы

Первые шаги в

алгебру

Гигатонны кода

Я изучал язык

Я изучал язык

Я изучал язык

Везде ли

гигатонны?

Но ведь это

чисто

техническая

сложность, а не

барьер?

Как это

делается?

Парадокс

изобретателя

Парадокс

изобретателя

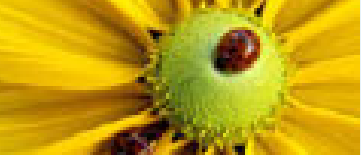
Пример эффекта

Если у нас есть лишь исходная операция прибавления единицы, то вычисление экспоненты требует экспоненциального числа шагов.

Если же записать ее неявное определение с помощью равенств

$$\begin{cases} \varphi(x, 0) & = x + 1 \\ \varphi(x, y + 1) & = \varphi(\varphi(x, y), y) \end{cases}$$

то экспонента вычисляется в линейное число шагов.



Башня экспонент

Если теперь задать определение функции второго порядка

$$\begin{cases} \Phi(\varphi, x, 0) & = \varphi(0, x) \\ \Phi(\varphi, x, y + 1) & = \Phi(\varphi, \Phi(\varphi, x, y), y) \end{cases}$$

то за линейное число шагов вычисляется уже суперэкспонента и так далее.

Три барьера

График

Эйсымонта

График

Эйсымонта

Три барьера

Скорость света

Тепловыделение

Предел

Ландауэра

«Маленькая»

тонкость

Группы

Первые шаги в

алгебру

Гигатонны кода

Я изучал язык

Я изучал язык

Я изучал язык

Везде ли

гигатонны?

Но ведь это

чисто

техническая

сложность, а не

барьер?

Как это

делается?

Парадокс

изобретателя

Парадокс

изобретателя

Пример эффекта



Возражение

Но ведь здесь рекурсия, и, более того, рекурсия по функциям над функциями!

Три барьера

График

Эйсымонта

График

Эйсымонта

Три барьера

Скорость света

Тепловыделение

Предел

Ландауэра

«Маленькая»

тонкость

Группы

Первые шаги в

алгебру

Гигатонны кода

Я изучал язык

Я изучал язык

Я изучал язык

Везде ли

гигатонны?

Но ведь это

чисто

техническая

сложность, а не

барьер?

Как это

делается?

Парадокс

изобретателя

Парадокс

изобретателя

Пример эффекта



Возражение

Но ведь здесь рекурсия, и, более того, рекурсия по функциям над функциями!

А как же накладные расходы на нее?

Три барьера

График

Эйсымонта

График

Эйсымонта

Три барьера

Скорость света

Тепловыделение

Предел

Ландауэра

«Маленькая»

тонкость

Группы

Первые шаги в

алгебру

Гигатонны кода

Я изучал язык

Я изучал язык

Я изучал язык

Везде ли

гигатонны?

Но ведь это

чисто

техническая

сложность, а не

барьер?

Как это

делается?

Парадокс

изобретателя

Парадокс

изобретателя

Пример эффекта



Возражение

Три барьера

График

Эйсымонта

График

Эйсымонта

Три барьера

Скорость света

Тепловыделение

Предел

Ландауэра

«Маленькая»

тонкость

Группы

Первые шаги в

алгебру

Гигатонны кода

Я изучал язык

Я изучал язык

Я изучал язык

Везде ли

гигатонны?

Но ведь это

чисто

техническая

сложность, а не

барьер?

Как это

делается?

Парадокс

изобретателя

Парадокс

изобретателя

Пример эффекта

Но ведь здесь рекурсия, и, более того, рекурсия по функциям над функциями!

А как же накладные расходы на нее?

Более аккуратным подбором примера (но при этом он значительно усложняется; см. например Митчелл 2010) можно избавиться от рекурсии; но функции высших порядков неустранимы.



Возражение 2

В примерах мы привязаны к конкретному объекту: натуральным числам

Три барьера

График

Эйсымонта

График

Эйсымонта

Три барьера

Скорость света

Тепловыделение

Предел

Ландауэра

«Маленькая»

тонкость

Группы

Первые шаги в

алгебру

Гигатонны кода

Я изучал язык

Я изучал язык

Я изучал язык

Везде ли

гигатонны?

Но ведь это

чисто

техническая

сложность, а не

барьер?

Как это

делается?

Парадокс

изобретателя

Парадокс

изобретателя

Пример эффекта



Возражение 2

В примерах мы привязаны к конкретному объекту: натуральным числам

Избавляемся от чисел

Идея примера взята из Митчелл 2010

$$\Phi_0 = f \quad \Phi_1 = \lambda f : (O \rightarrow O) \lambda x : O. f(f(x))$$

Три барьера

График

Эйсымонта

График

Эйсымонта

Три барьера

Скорость света

Тепловыделение

Предел

Ландауэра

«Маленькая»

тонкость

Группы

Первые шаги в

алгебру

Гигатонны кода

Я изучал язык

Я изучал язык

Я изучал язык

Везде ли

гигатонны?

Но ведь это

чисто

техническая

сложность, а не

барьер?

Как это

делается?

Парадокс

изобретателя

Парадокс

изобретателя

Пример эффекта



Возражение 2

В примерах мы привязаны к конкретному объекту: натуральным числам

Избавляемся от чисел

Идея примера взята из Митчелл 2010

$$\Phi_0 = f \quad \Phi_1 = \lambda f : (O \rightarrow O) \lambda x : O. f(f(x))$$

$$\Phi_1^n(f)(x) = f^{(2^n)}(x)$$

Три барьера

График

Эйсымонта

График

Эйсымонта

Три барьера

Скорость света

Тепловыделение

Предел

Ландауэра

«Маленькая»

тонкость

Группы

Первые шаги в

алгебру

Гигатонны кода

Я изучал язык

Я изучал язык

Я изучал язык

Везде ли

гигатонны?

Но ведь это

чисто

техническая

сложность, а не

барьер?

Как это

делается?

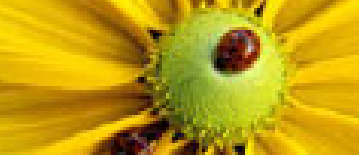
Парадокс

изобретателя

Парадокс

изобретателя

Пример эффекта



Возражение 2

В примерах мы привязаны к конкретному объекту: натуральным числам

Избавляемся от чисел

Идея примера взята из Митчелл 2010

$$\Phi_0 = f \quad \Phi_1 = \lambda f : (O \rightarrow O) \lambda x : O. f(f(x))$$

$$\Phi_1^n(f)(x) = f^{(2^n)}(x)$$

$$\Phi_{k+1} = \lambda \Psi_k \lambda \Psi_{k-1}. \Psi_k(\Psi_k(\Psi_{k-1}))$$

Три барьера

График

Эйсымонта

График

Эйсымонта

Три барьера

Скорость света

Тепловыделение

Предел

Ландауэра

«Маленькая»

тонкость

Группы

Первые шаги в

алгебру

Гигатонны кода

Я изучал язык

Я изучал язык

Я изучал язык

Везде ли

гигатонны?

Но ведь это

чисто

техническая

сложность, а не

барьер?

Как это

делается?

Парадокс

изобретателя

Парадокс

изобретателя

Пример эффекта



Что может в принципе дать алгебраическое моделирование?

Заменяя числа высокоуровневыми понятиями, можно сократить выкладки в башню экспонент раз (А. Оревков, 1968).

Три барьера

График

Эйсымонта

График

Эйсымонта

Три барьера

Скорость света

Тепловыделение

Предел

Ландауэра

«Маленькая»

тонкость

Группы

Первые шаги в

алгебру

Гигатонны кода

Я изучал язык

Я изучал язык

Я изучал язык

Везде ли

гигатонны?

Но ведь это

чисто

техническая

сложность, а не

барьер?

Как это

делается?

Парадокс

изобретателя

Парадокс

изобретателя

Пример эффекта



Что может в принципе дать алгебраическое моделирование?

Заменяя числа высокоуровневыми понятиями, можно сократить выкладки в башню экспонент раз (А. Оревков, 1968).

Такой эффект в принципе недостижим грубой силой численных суперкомпьютеров

Три барьера

График

Эйсымонта

График

Эйсымонта

Три барьера

Скорость света

Тепловыделение

Предел

Ландауэра

«Маленькая»

тонкость

Группы

Первые шаги в

алгебру

Гигатонны кода

Я изучал язык

Я изучал язык

Я изучал язык

Везде ли

гигатонны?

Но ведь это

чисто

техническая

сложность, а не

барьер?

Как это

делается?

Парадокс

изобретателя

Парадокс

изобретателя

Пример эффекта



Что может в принципе дать алгебраическое моделирование?

Заменяя числа высокоуровневыми понятиями, можно сократить выкладки в башню экспонент раз (А. Оревков, 1968).

Такой эффект в принципе недостижим грубой силой численных суперкомпьютеров

В алгебрах, основанных на бинарных операциях, функциональное программирование возникает с самого начала.

Три барьера

График

Эйсымонта

График

Эйсымонта

Три барьера

Скорость света

Тепловыделение

Предел

Ландауэра

«Маленькая»

тонкость

Группы

Первые шаги в

алгебру

Гигатонны кода

Я изучал язык

Я изучал язык

Я изучал язык

Везде ли

гигатонны?

Но ведь это

чисто

техническая

сложность, а не

барьер?

Как это

делается?

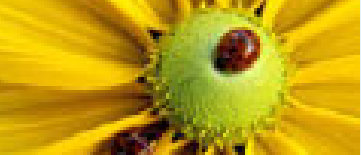
Парадокс

изобретателя

Парадокс

изобретателя

Пример эффекта



Что может в принципе дать алгебраическое моделирование?

Заменяя числа высокоуровневыми понятиями, можно сократить выкладки в башню экспонент раз (А. Оревков, 1968).

Такой эффект в принципе недостижим грубой силой численных суперкомпьютеров

В алгебрах, основанных на бинарных операциях, функциональное программирование возникает с самого начала.

Любой элемент a может рассматриваться как функция $\lambda x x \circ a$.

Три барьера

График

Эйсымонта

График

Эйсымонта

Три барьера

Скорость света

Тепловыделение

Предел

Ландауэра

«Маленькая»

тонкость

Группы

Первые шаги в

алгебру

Гигатонны кода

Я изучал язык

Я изучал язык

Я изучал язык

Везде ли

гигатонны?

Но ведь это

чисто

техническая

сложность, а не

барьер?

Как это

делается?

Парадокс

изобретателя

Парадокс

изобретателя

Пример эффекта



Что может в принципе дать алгебраическое моделирование?

Заменяя числа высокоуровневыми понятиями, можно сократить выкладки в башню экспонент раз (А. Оревков, 1968).

Такой эффект в принципе недостижим грубой силой численных суперкомпьютеров

В алгебрах, основанных на бинарных операциях, функциональное программирование возникает с самого начала.

Любой элемент a может рассматриваться как функция $\lambda x x \circ a$.

Далее, соответственно, как преобразование функций.

Три барьера

График

Эйсымонта

График

Эйсымонта

Три барьера

Скорость света

Тепловыделение

Предел

Ландауэра

«Маленькая»

тонкость

Группы

Первые шаги в

алгебру

Гигатонны кода

Я изучал язык

Я изучал язык

Я изучал язык

Везде ли

гигатонны?

Но ведь это

чисто

техническая

сложность, а не

барьер?

Как это

делается?

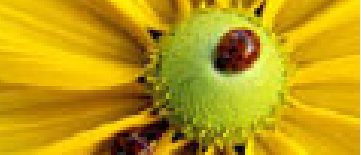
Парадокс

изобретателя

Парадокс

изобретателя

Пример эффекта



Что может в принципе дать алгебраическое моделирование?

Три барьера

График

Эйсымонта

График

Эйсымонта

Три барьера

Скорость света

Тепловыделение

Предел

Ландауэра

«Маленькая»

тонкость

Группы

Первые шаги в

алгебру

Гигатонны кода

Я изучал язык

Я изучал язык

Я изучал язык

Везде ли

гигатонны?

Но ведь это

чисто

техническая

сложность, а не

барьер?

Как это

делается?

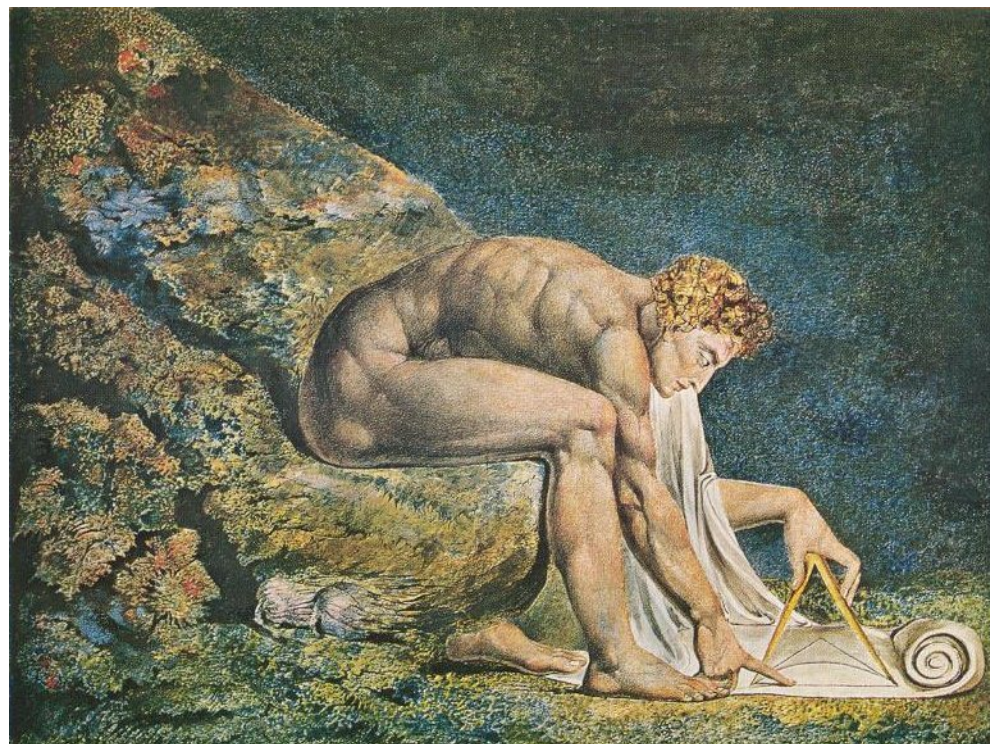
Парадокс

изобретателя

Парадокс

изобретателя

Пример эффекта



Заменяя числа высокоуровневыми понятиями, можно сократить выкладки в башню экспонент раз (А. Оревков, 1968).



Что может в принципе дать алгебраическое моделирование?

Три барьера

График

Эйсымонта

График

Эйсымонта

Три барьера

Скорость света

Тепловыделение

Предел

Ландауэра

«Маленькая»

тонкость

Группы

Первые шаги в

алгебру

Гигатонны кода

Я изучал язык

Я изучал язык

Я изучал язык

Везде ли

гигатонны?

Но ведь это

чисто

техническая

сложность, а не

барьер?

Как это

делается?

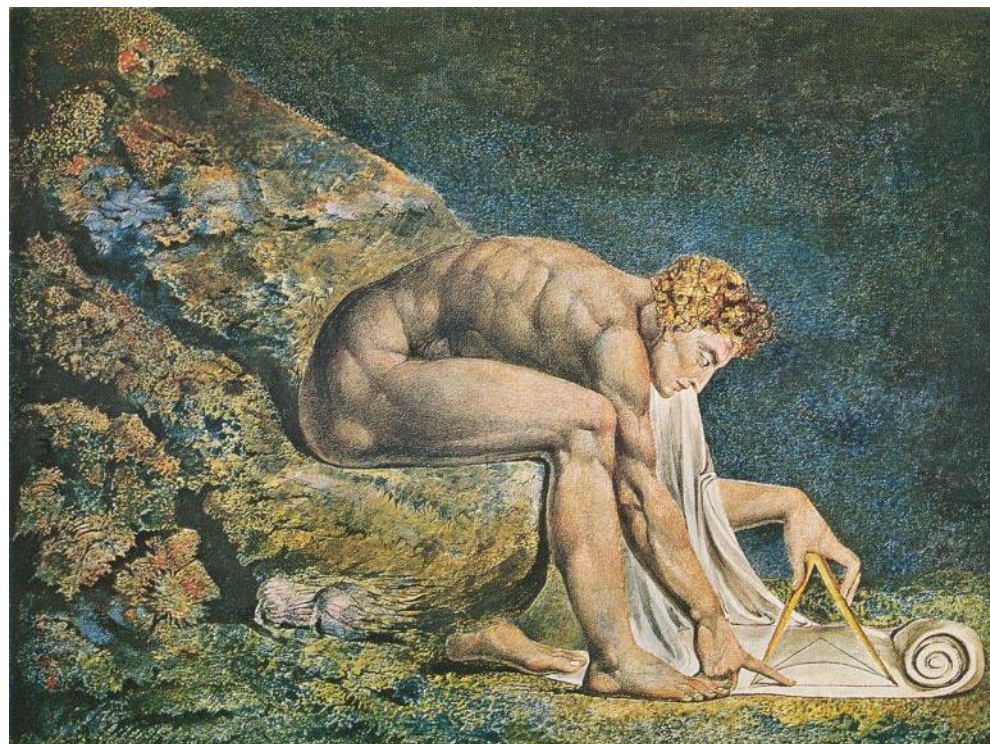
Парадокс

изобретателя

Парадокс

изобретателя

Пример эффекта



Заменяя числа высокоуровневыми понятиями, можно сократить выкладки в башню экспонент раз (А. Оревков, 1968).



Что может в принципе дать алгебраическое моделирование?

Три барьера

График

Эйсымонта

График

Эйсымонта

Три барьера

Скорость света

Тепловыделение

Предел

Ландауэра

«Маленькая»

тонкость

Группы

Первые шаги в

алгебру

Гигатонны кода

Я изучал язык

Я изучал язык

Я изучал язык

Везде ли

гигатонны?

Но ведь это

чисто

техническая

сложность, а не

барьер?

Как это

делается?

Парадокс

изобретателя

Парадокс

изобретателя

Пример эффекта



Такой эффект в принципе недостижим грубой силой численных суперкомпьютеров



Аналоговые вычисления?

Алгебраические вычисления с самого начала естественно параллельны: каждый кристалл вычисляет свою групповую операцию независимо за один такт; разные кристаллы почти независимы.

Три барьера

График

Эйсымонта

График

Эйсымонта

Три барьера

Скорость света

Тепловыделение

Предел

Ландауэра

«Маленькая»

тонкость

Группы

Первые шаги в

алгебру

Гигатонны кода

Я изучал язык

Я изучал язык

Я изучал язык

Везде ли

гигатонны?

Но ведь это

чисто

техническая

сложность, а не

барьер?

Как это

делается?

Парадокс

изобретателя

Парадокс

изобретателя

Пример эффекта



Аналоговые вычисления?

Алгебраические вычисления с самого начала естественно параллельны: каждый кристалл вычисляет свою групповую операцию независимо за один такт; разные кристаллы почти независимы.

Это похоже на аналоговые компьютеры

Три барьера

График

Эйсымонта

График

Эйсымонта

Три барьера

Скорость света

Тепловыделение

Предел

Ландауэра

«Маленькая»

тонкость

Группы

Первые шаги в

алгебру

Гигатонны кода

Я изучал язык

Я изучал язык

Я изучал язык

Везде ли

гигатонны?

Но ведь это

чисто

техническая

сложность, а не

барьер?

Как это

делается?

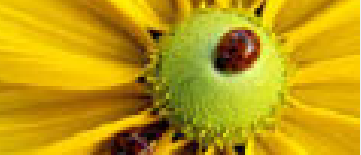
Парадокс

изобретателя

Парадокс

изобретателя

Пример эффекта



Единым махом

Таким образом, алгебраический подход
одновременно атакует два барьера

Три барьера

График

Эйсымонта

График

Эйсымонта

Три барьера

Скорость света

Тепловыделение

Предел

Ландауэра

«Маленькая»

тонкость

Группы

Первые шаги в

алгебру

Гигатонны кода

Я изучал язык

Я изучал язык

Я изучал язык

Везде ли

гигатонны?

Но ведь это

чисто

техническая

сложность, а не

барьер?

Как это

делается?

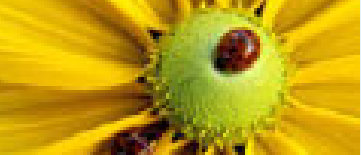
Парадокс

изобретателя

Парадокс

изобретателя

Пример эффекта



Единым махом

Таким образом, алгебраический подход
одновременно атакует два барьера
А тогда, может быть, и что-то ещё?

Три барьера

График

Эйсымонта

График

Эйсымонта

Три барьера

Скорость света

Тепловыделение

Предел

Ландауэра

«Маленькая»

тонкость

Группы

Первые шаги в

алгебру

Гигатонны кода

Я изучал язык

Я изучал язык

Я изучал язык

Везде ли

гигатонны?

Но ведь это

чисто

техническая

сложность, а не

барьер?

Как это

делается?

Парадокс

изобретателя

Парадокс

изобретателя

Пример эффекта



Единым махом

Три барьера

График

Эйсымонта

График

Эйсымонта

Три барьера

Скорость света

Тепловыделение

Предел

Ландауэра

«Маленькая»

тонкость

Группы

Первые шаги в

алгебру

Гигатонны кода

Я изучал язык

Я изучал язык

Я изучал язык

Везде ли

гигатонны?

Но ведь это

чисто

техническая

сложность, а не

барьер?

Как это

делается?

Парадокс

изобретателя

Парадокс

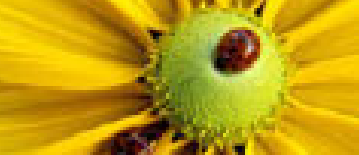
изобретателя

Пример эффекта

Таким образом, алгебраический подход
одновременно атакует два барьера

А тогда, может быть, и что-то ещё?

Да! Моделирование и теорию программирования



Группы вместо дифуров

Как сейчас изучают дифуры в теории?

Три барьера

График

Эйсымонта

График

Эйсымонта

Три барьера

Скорость света

Тепловыделение

Предел

Ландауэра

«Маленькая»

тонкость

Группы

Первые шаги в

алгебру

Гигатонны кода

Я изучал язык

Я изучал язык

Я изучал язык

Везде ли

гигатонны?

Но ведь это

чисто

техническая

сложность, а не

барьер?

Как это

делается?

Парадокс

изобретателя

Парадокс

изобретателя

Пример эффекта



Группы вместо дифуров

Как сейчас изучают дифуры в теории?
Строят комплексы групп, описывающие их
качественные свойства

Три барьера

График

Эйсымонта

График

Эйсымонта

Три барьера

Скорость света

Тепловыделение

Предел

Ландауэра

«Маленькая»

тонкость

Группы

Первые шаги в

алгебру

Гигатонны кода

Я изучал язык

Я изучал язык

Я изучал язык

Везде ли

гигатонны?

Но ведь это

чисто

техническая

сложность, а не

барьер?

Как это

делается?

Парадокс

изобретателя

Парадокс

изобретателя

Пример эффекта



Группы вместо дифуров

Три барьера

График

Эйсымонта

График

Эйсымонта

Три барьера

Скорость света

Тепловыделение

Предел

Ландауэра

«Маленькая»

тонкость

Группы

Первые шаги в

алгебру

Гигатонны кода

Я изучал язык

Я изучал язык

Я изучал язык

Везде ли

гигатонны?

Но ведь это

чисто

техническая

сложность, а не

барьер?

Как это

делается?

Парадокс

изобретателя

Парадокс

изобретателя

Пример эффекта

Как сейчас изучают дифуры в теории?

Строят комплексы групп, описывающие их
качественные свойства

Что нам нужно на практике?



Группы вместо дифуров

Три барьера

График

Эйсымонта

График

Эйсымонта

Три барьера

Скорость света

Тепловыделение

Предел

Ландауэра

«Маленькая»

тонкость

Группы

Первые шаги в

алгебру

Гигатонны кода

Я изучал язык

Я изучал язык

Я изучал язык

Везде ли

гигатонны?

Но ведь это

чисто

техническая

сложность, а не

барьер?

Как это

делается?

Парадокс

изобретателя

Парадокс

изобретателя

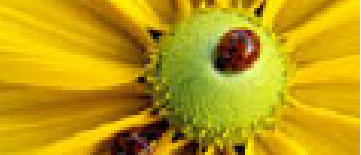
Пример эффекта

Как сейчас изучают дифуры в теории?

Строят комплексы групп, описывающие их
качественные свойства

Что нам нужно на практике?

Чаще всего качественный ответ



Группы вместо дифуров

Три барьера

График

Эйсымонта

График

Эйсымонта

Три барьера

Скорость света

Тепловыделение

Предел

Ландауэра

«Маленькая»

тонкость

Группы

Первые шаги в

алгебру

Гигатонны кода

Я изучал язык

Я изучал язык

Я изучал язык

Везде ли

гигатонны?

Но ведь это

чисто

техническая

сложность, а не

барьер?

Как это

делается?

Парадокс

изобретателя

Парадокс

изобретателя

Пример эффекта

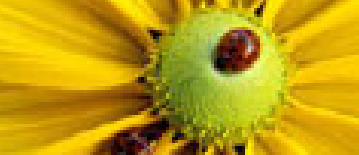
Как сейчас изучают дифуры в теории?

Строят комплексы групп, описывающие их
качественные свойства

Что нам нужно на практике?

Чаще всего качественный ответ

Как он обычно получается?



Группы вместо диффуров

Три барьера

График

Эйсымонта

График

Эйсымонта

Три барьера

Скорость света

Тепловыделение

Предел

Ландауэра

«Маленькая»

тонкость

Группы

Первые шаги в

алгебру

Гигатонны кода

Я изучал язык

Я изучал язык

Я изучал язык

Везде ли

гигатонны?

Но ведь это

чисто

техническая

сложность, а не

барьер?

Как это

делается?

Парадокс

изобретателя

Парадокс

изобретателя

Пример эффекта

Как сейчас изучают диффуры в теории?

Строят комплексы групп, описывающие их
качественные свойства

Что нам нужно на практике?

Чаще всего качественный ответ

Как он обычно получается?

Переводим все на язык чисел, вычисляем. А
затем пытаемся понять, что же содержательно
получилось



Числа избыточны???

Что следует из предыдущего?

Три барьера

График

Эйсымонта

График

Эйсымонта

Три барьера

Скорость света

Тепловыделение

Предел

Ландауэра

«Маленькая»

тонкость

Группы

Первые шаги в

алгебру

Гигатонны кода

Я изучал язык

Я изучал язык

Я изучал язык

Везде ли

гигатонны?

Но ведь это

чисто

техническая

сложность, а не

барьер?

Как это

делается?

Парадокс

изобретателя

Парадокс

изобретателя

Пример эффекта



Числа избыточны???

Что следует из предыдущего?
В принципе числа — избыточный
промежуточный элемент

Три барьера

График

Эйсымонта

График

Эйсымонта

Три барьера

Скорость света

Тепловыделение

Предел

Ландауэра

«Маленькая»

тонкость

Группы

Первые шаги в

алгебру

Гигатонны кода

Я изучал язык

Я изучал язык

Я изучал язык

Везде ли

гигатонны?

Но ведь это

чисто

техническая

сложность, а не

барьер?

Как это

делается?

Парадокс

изобретателя

Парадокс

изобретателя

Пример эффекта



Числа избыточны???

Три барьера

График

Эйсымонта

График

Эйсымонта

Три барьера

Скорость света

Тепловыделение

Предел

Ландауэра

«Маленькая»

тонкость

Группы

Первые шаги в

алгебру

Гигатонны кода

Я изучал язык

Я изучал язык

Я изучал язык

Везде ли

гигатонны?

Но ведь это

чисто

техническая

сложность, а не

барьер?

Как это

делается?

Парадокс

изобретателя

Парадокс

изобретателя

Пример эффекта

Что следует из предыдущего?

В принципе числа — избыточный
промежуточный элемент

Почему же их везде используют?



Числа избыточны???

Три барьера

График

Эйсымонта

График

Эйсымонта

Три барьера

Скорость света

Тепловыделение

Предел

Ландауэра

«Маленькая»

тонкость

Группы

Первые шаги в

алгебру

Гигатонны кода

Я изучал язык

Я изучал язык

Я изучал язык

Везде ли

гигатонны?

Но ведь это

чисто

техническая

сложность, а не

барьер?

Как это

делается?

Парадокс

изобретателя

Парадокс

изобретателя

Пример эффекта

Что следует из предыдущего?

В принципе числа — избыточный
промежуточный элемент

Почему же их везде используют?

Привычно



Числа избыточны???

Три барьера

График

Эйсымонта

График

Эйсымонта

Три барьера

Скорость света

Тепловыделение

Предел

Ландауэра

«Маленькая»

тонкость

Группы

Первые шаги в

алгебру

Гигатонны кода

Я изучал язык

Я изучал язык

Я изучал язык

Везде ли

гигатонны?

Но ведь это

чисто

техническая

сложность, а не

барьер?

Как это

делается?

Парадокс

изобретателя

Парадокс

изобретателя

Пример эффекта

Что следует из предыдущего?

В принципе числа — избыточный
промежуточный элемент

Почему же их везде используют?

Привычно

Что же получилось?



Числа избыточны???

Три барьера

График

Эйсымонта

График

Эйсымонта

Три барьера

Скорость света

Тепловыделение

Предел

Ландауэра

«Маленькая»

тонкость

Группы

Первые шаги в

алгебру

Гигатонны кода

Я изучал язык

Я изучал язык

Я изучал язык

Везде ли

гигатонны?

Но ведь это

чисто

техническая

сложность, а не

барьер?

Как это

делается?

Парадокс

изобретателя

Парадокс

изобретателя

Пример эффекта

Что следует из предыдущего?

В принципе числа — избыточный
промежуточный элемент

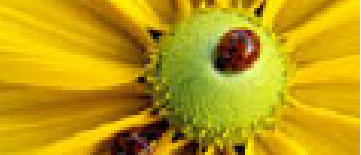
Почему же их везде используют?

Привычно

Что же получилось?

Числа стали идолом. “ Точное — то, что
выражается числом ”

Рейтингопоклонничество и жертвы им уже
приносят. . .



Три барьера

Обратимость

Влияние шума

Споры вокруг

Ландауэра

И наконец

эксперимент

Результаты

эксперимента

Теоретические

расчеты

Обратимость с

других точек

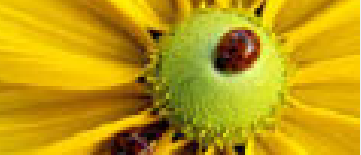
зрения

Начинаются

неприятности

Формализм

Обратимость



Влияние шума

Три барьера

Обратимость

Влияние шума

Споры вокруг

Ландауэра

И наконец

эксперимент

Результаты

эксперимента

Теоретические

расчеты

Обратимость с

других точек

зрения

Начинаются

неприятности

Формализм

Вероятность ошибки

$$e^{-\frac{E_{sig}}{E_{diss}}}$$

$$E_{sig} = \frac{1}{2} \cdot C \cdot V^2$$



Влияние шума

Три барьера

Обратимость

Влияние шума

Споры вокруг

Ландауэра

И наконец

эксперимент

Результаты

эксперимента

Теоретические

расчеты

Обратимость с

других точек

зрения

Начинаются

неприятности

Формализм

Вероятность ошибки

$$e^{-\frac{E_{sig}}{E_{diss}}} \quad E_{sig} = \frac{1}{2} \cdot C \cdot V^2$$

Формула энергии дана для электрического элемента. C — емкость элемента, V — разность напряжений при переключении, T — температура среды в градусах Кельвина



Влияние шума

Три барьера

Обратимость

Влияние шума

Споры вокруг

Ландауэра

И наконец

эксперимент

Результаты

эксперимента

Теоретические

расчеты

Обратимость с

других точек

зрения

Начинаются

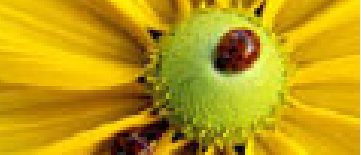
неприятности

Формализм

Вероятность ошибки

$$e^{-\frac{E_{sig}}{E_{diss}}} \quad E_{sig} = \frac{1}{2} \cdot C \cdot V^2$$

Формула энергии дана для электрического элемента. C — емкость элемента, V — разность напряжений при переключении, T — температура среды в градусах Кельвина. Для надежности нужно $E_{sig} \geq 100 \cdot T \cdot k_B$. Этот предел уже достигнут. А при делении ДНК имеем $40 \cdot T \cdot k_B$.



Споры вокруг Ландауэра

Три барьера

Обратимость

Влияние шума

Споры вокруг
Ландауэра

И наконец
эксперимент

Результаты
эксперимента

Теоретические
расчеты

Обратимость с
других точек
зрения

Начинаются
неприятности

Формализм

Доказательство — Plenio, Vitelli (2001)



Споры вокруг Ландауэра

Три барьера

Обратимость

Влияние шума

**Споры вокруг
Ландауэра**

И наконец
эксперимент

Результаты
эксперимента

Теоретические
расчеты

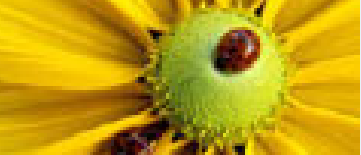
Обратимость с
других точек
зрения

Начинаются
неприятности

Формализм

Доказательство — Plenio, Vitelli (2001)

Опровержение — Norton (2004)



Споры вокруг Ландауэра

Три барьера

Обратимость

Влияние шума

**Споры вокруг
Ландауэра**

И наконец
эксперимент

Результаты
эксперимента

Теоретические
расчеты

Обратимость с
других точек
зрения

Начинаются
неприятности

Формализм

Доказательство — Plenio, Vitelli (2001)

Опровержение — Norton (2004)

Доказательство — Andrieux, Gaspard (2007)



Споры вокруг Ландауэра

Три барьера

Обратимость

Влияние шума

**Споры вокруг
Ландауэра**

И наконец
эксперимент

Результаты
эксперимента

Теоретические
расчеты

Обратимость с
других точек
зрения

Начинаются
неприятности

Формализм

Доказательство — Plenio, Vitelli (2001)

Опровержение — Norton (2004)

Доказательство — Andrieux, Gaspard (2007)

Доказательство — Ladyman et al (2007)



Споры вокруг Ландауэра

Три барьера

Обратимость

Влияние шума

**Споры вокруг
Ландауэра**

И наконец
эксперимент

Результаты
эксперимента

Теоретические
расчеты

Обратимость с
других точек
зрения

Начинаются
неприятности

Формализм

Доказательство — Plenio, Vitelli (2001)

Опровержение — Norton (2004)

Доказательство — Andrieux, Gaspard (2007)

Доказательство — Ladyman et al (2007)

Опровержение — Norton (2011)



И наконец эксперимент

Три барьера

Обратимость

Влияние шума

Споры вокруг

Ландауэра

**И наконец
эксперимент**

Результаты
эксперимента

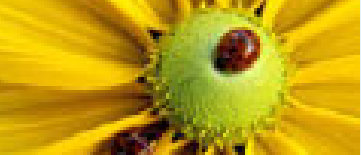
Теоретические
расчеты

Обратимость с
других точек
зрения

Начинаются
неприятности

Формализм

Снайдер и другие (2012)



И наконец эксперимент

Три барьера

Обратимость

Влияние шума

Споры вокруг

Ландауэра

**И наконец
эксперимент**

Результаты

эксперимента

Теоретические

расчеты

Обратимость с

других точек

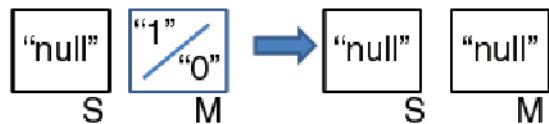
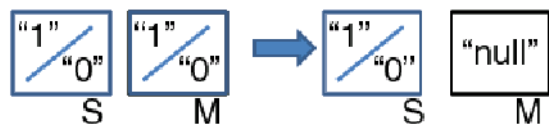
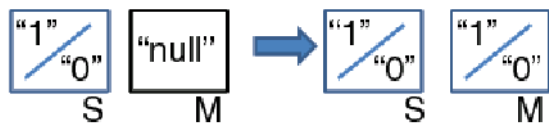
зрения

Начинаются

неприятности

Формализм

Снайдер и другие (2012)





И наконец эксперимент

Три барьера

Обратимость

Влияние шума

Споры вокруг

Ландауэра

**И наконец
эксперимент**

Результаты

эксперимента

Теоретические

расчеты

Обратимость с

других точек

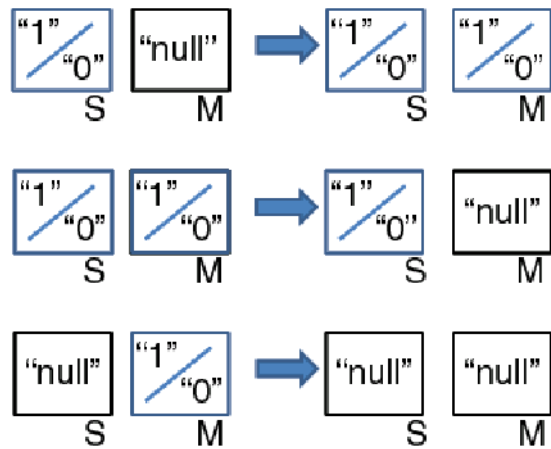
зрения

Начинаются

неприятности

Формализм

Снайдер и другие (2012)



Три операции: копирование с сохранением информации, стирание с сохранением копии, стирание без копии.



Результаты эксперимента

Три барьера

Обратимость

Влияние шума

Споры вокруг

Ландауэра

И наконец

эксперимент

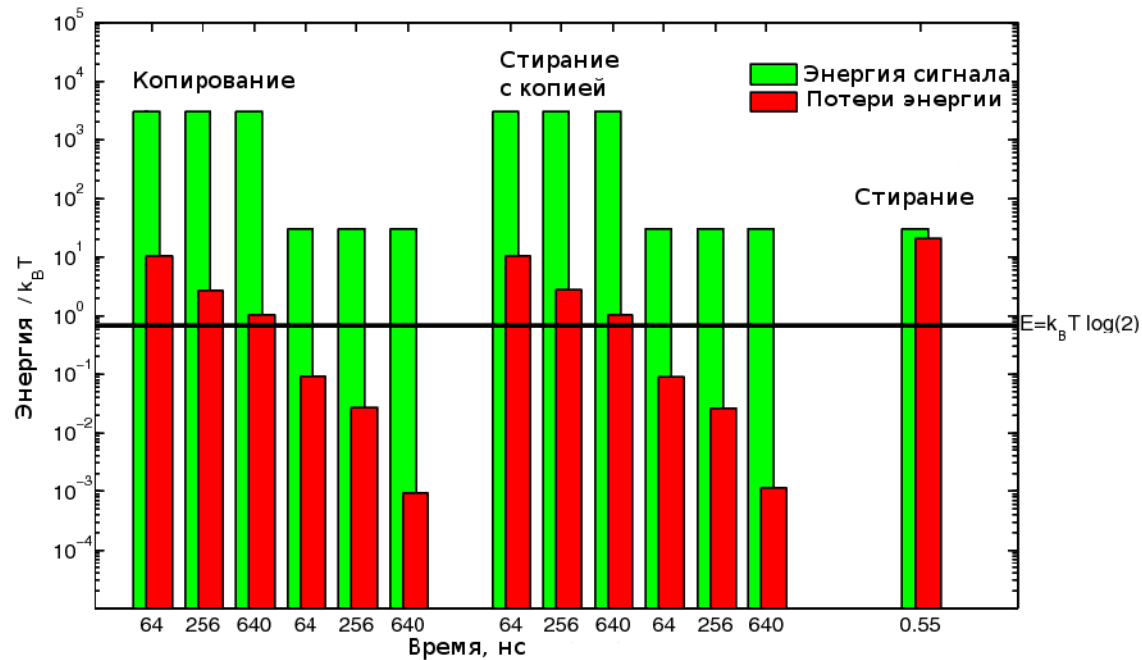
Результаты эксперимента

Теоретические расчеты

Обратимость с других точек зрения

Начинаются неприятности

Формализм





Результаты эксперимента

Три барьера

Обратимость

Влияние шума

Споры вокруг

Ландауэра

И наконец
эксперимент

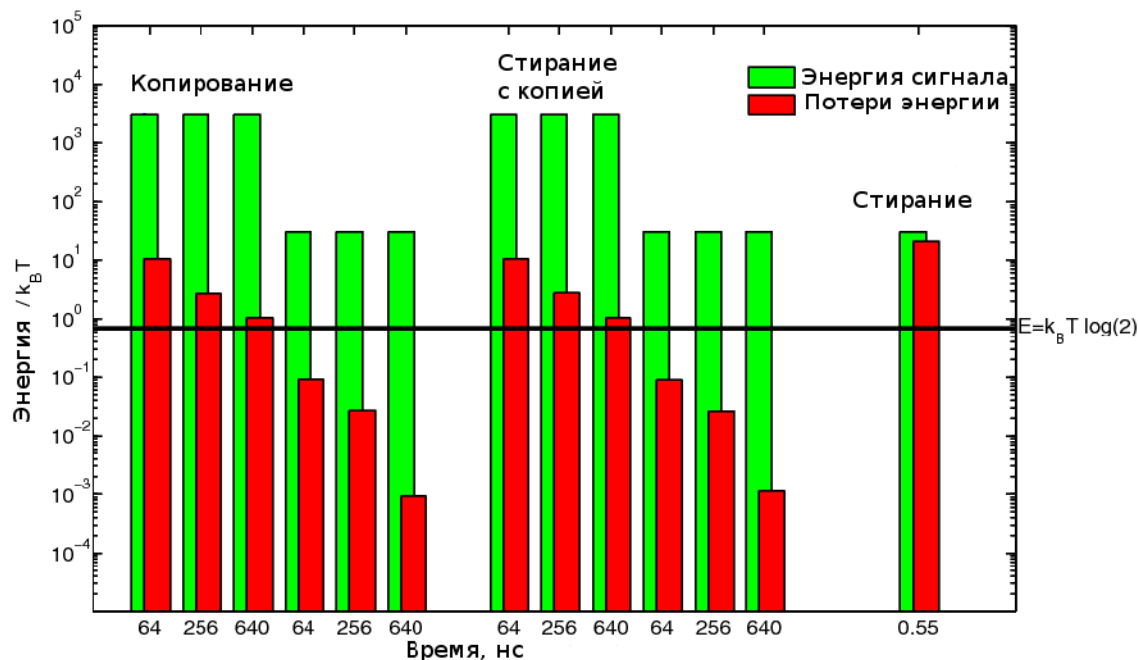
Результаты
эксперимента

Теоретические
расчеты

Обратимость с
других точек
зрения

Начинаются
неприятности

Формализм



Таким образом, подтверждена (правда, на самом простом случае: многократное повторение одной и той же операции) возможность обойти предел Ландауэра

Теоретические расчеты

Три барьера

Обратимость

Влияние шума

Споры вокруг

Ландауэра

И наконец

эксперимент

Результаты

эксперимента

Теоретические расчеты

Обратимость с

других точек

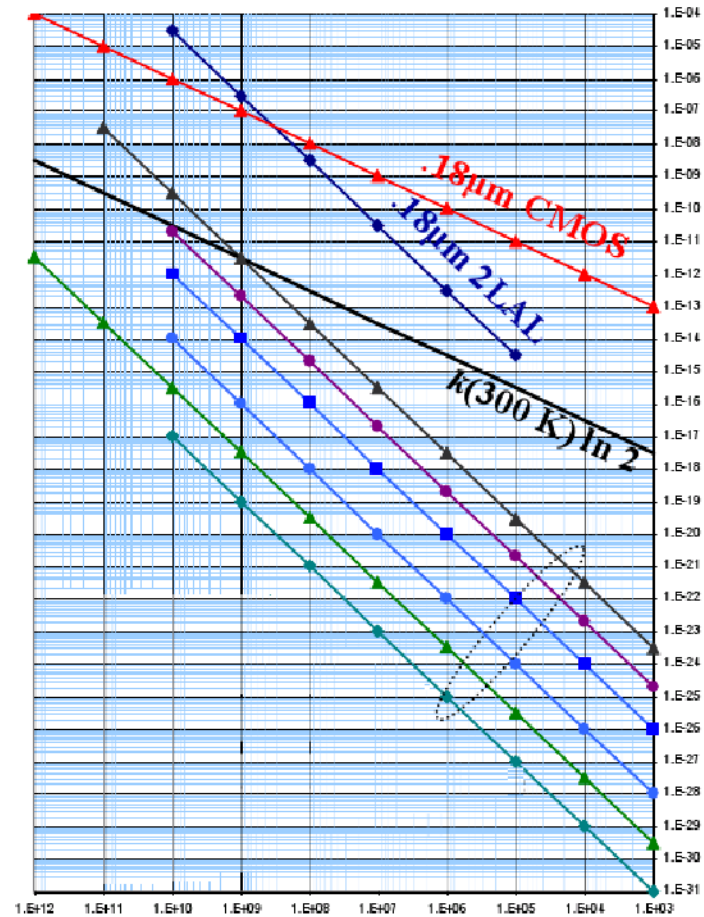
зрения

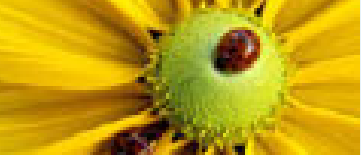
Начинаются

неприятности

Формализм

- ◆ Адиабатные транзисторы
- nSQUID
- ▲ Квантовые КА
- ▲ Квантовые FET
- Стержневая модель
- Парам. квантрон
- ◆ Спиральная модель
- ▲ CMOS без обратимости
- Предел Ландауэра





Обратимость с других точек зрения

Динамическая обратимость действий иллюстрируется моделью бильярдных шаров

Три барьера

Обратимость

Влияние шума

Споры вокруг

Ландауэра

И наконец

эксперимент

Результаты

эксперимента

Теоретические

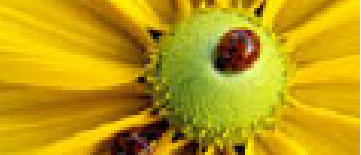
расчеты

**Обратимость с
других точек
зрения**

Начинаются

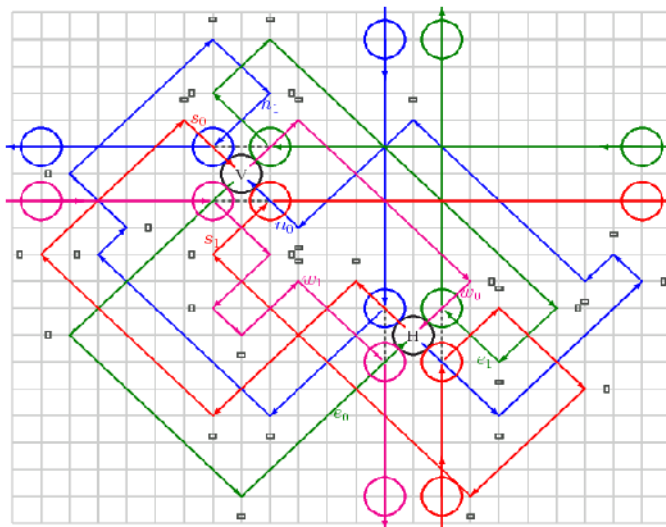
неприятности

Формализм



Обратимость с других точек зрения

Динамическая обратимость действий иллюстрируется моделью бильярдных шаров



Три барьера

Обратимость

Влияние шума

Споры вокруг

Ландауэра

И наконец

эксперимент

Результаты

эксперимента

Теоретические

расчеты

**Обратимость с
других точек
зрения**

Начинаются

неприятности

Формализм



Три барьера

Обратимость

**Начинаются
неприятности**

А что же плохо?

Аналогия с
аналоговыми
Неприятности
продолжаются

О языках
алгебраического
программирова-
ния

Завершение
постановки
задачи

Проблема с
обращением

Назад к
обычному про-
граммированию

Действия — не
функции

Предупреждение
Некоторые
выводы

На что похожи
обучавшиеся по
стандартной
методе?

На что мы
рискнули

Начинаются неприятности



А что же плохо?

Три барьера

Обратимость

Начинаются
неприятности

А что же плохо?

Аналогия с
аналоговыми
Неприятности
продолжаются
О языках
алгебраического
программирова-
ния

Завершение
постановки
задачи

Проблема с
обращением

Назад к
обычному про-
граммированию

Действия — не
функции

Предупреждение
Некоторые
выводы

На что похожи
обучавшиеся по
стандартной
методе?

На что мы
рискнули

Могут групповые вычисления быть полны в смысле Тьюринга, как обычные языки программирования?



А что же плохо?

Три барьера

Обратимость

Начинаются
неприятности

А что же плохо?

Аналогия с
аналоговыми
Неприятности
продолжаются
О языках
алгебраического
программирова-
ния

Завершение
постановки
задачи

Проблема с
обращением

Назад к
обычному про-
граммированию

Действия — не
функции

Предупреждение
Некоторые
выводы

На что похожи
обучавшиеся по
стандартной
методе?

На что мы
рискнули

Могут групповые вычисления быть полны в смысле Тьюринга, как обычные языки программирования?

Никогда



А что же плохо?

Три барьера

Обратимость

Начинаются
неприятности

А что же плохо?

Аналогия с
аналоговыми
Неприятности
продолжаются
О языках
алгебраического
программирова-
ния

Завершение
постановки
задачи

Проблема с
обращением

Назад к
обычному про-
граммированию

Действия — не
функции

Предупреждение

Некоторые
выводы

На что похожи
обучавшиеся по
стандартной
методе?

На что мы
рискнули

Могут групповые вычисления быть полны в смысле Тьюринга, как обычные языки программирования?

Никогда

Можно ли иметь универсальную архитектуру обратимых процессоров для всех решаемых на них задач?



А что же плохо?

Три барьера

Обратимость

Начинаются
неприятности

А что же плохо?

Аналогия с
аналоговыми
Неприятности
продолжаются
О языках
алгебраического
программирова-
ния

Завершение
постановки
задачи

Проблема с
обращением

Назад к
обычному про-
граммированию

Действия — не
функции

Предупреждение

Некоторые
выводы

На что похожи
обучавшиеся по
стандартной
методе?

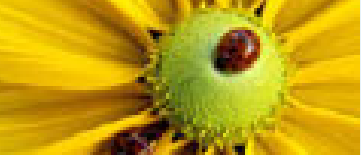
На что мы
рискнули

Могут групповые вычисления быть полны в смысле Тьюринга, как обычные языки программирования?

Никогда

Можно ли иметь универсальную архитектуру обратимых процессоров для всех решаемых на них задач?

Нельзя



Аналогия с аналоговыми

Три барьера

Обратимость

Начинаются
неприятности

А что же плохо?

**Аналогия с
аналоговыми**

Неприятности
продолжаются

О языках
алгебраического
программирова-
ния

Завершение
постановки
задачи

Проблема с
обращением

Назад к
обычному про-
граммированию

Действия — не
функции

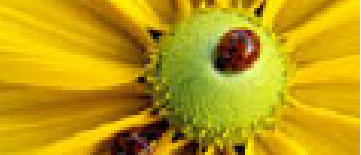
Предупреждение

Некоторые
выводы

На что похожи
обучавшиеся по
стандартной
методе?

На что мы
рискнули

Структура алгебраического процессора должна перестраиваться под задачу. Опять аналогия с аналоговыми машинами.



Аналогия с аналоговыми

Три барьера

Обратимость

Начинаются
неприятности

А что же плохо?

Аналогия с
аналоговыми

Неприятности
продолжаются

О языках
алгебраического
программирова-
ния

Завершение
постановки
задачи

Проблема с
обращением

Назад к
обычному про-
граммированию

Действия — не
функции

Предупреждение

Некоторые
выводы

На что похожи
обучавшиеся по
стандартной
методе?

На что мы
рискнули

Структура алгебраического процессора должна перестраиваться под задачу. Опять аналогия с аналоговыми машинами.

Таким образом, в большинстве случаев алгебраический процессор должен быть специализированным устройством, работающим под управление традиционного



Аналогия с аналоговыми

Три барьера

Обратимость

Начинаются
неприятности

А что же плохо?

**Аналогия с
аналоговыми**

Неприятности
продолжаются

О языках
алгебраического
программирова-
ния

Завершение
постановки
задачи

Проблема с
обращением

Назад к
обычному про-
граммированию

Действия — не
функции

Предупреждение

Некоторые
выводы

На что похожи
обучавшиеся по
стандартной
методе?

На что мы
рискнули

Структура алгебраического процессора должна перестраиваться под задачу. Опять аналогия с аналоговыми машинами.

Таким образом, **в большинстве случаев алгебраический процессор должен быть специализированным устройством, работающим под управление традиционного**

Таким образом, избавиться от чисел и битов не удастся.



Аналогия с аналоговыми

Три барьера

Обратимость

Начинаются
неприятности

А что же плохо?

Аналогия с
аналоговыми

Неприятности
продолжаются

О языках
алгебраического
программирова-
ния

Завершение
постановки
задачи

Проблема с
обращением

Назад к
обычному про-
граммированию

Действия — не
функции

Предупреждение

Некоторые
выводы

На что похожи
обучавшиеся по
стандартной
методе?

На что мы
рискнули

Структура алгебраического процессора должна перестраиваться под задачу. Опять аналогия с аналоговыми машинами.

Таким образом, **в большинстве случаев алгебраический процессор должен быть специализированным устройством, работающим под управление традиционного**

Таким образом, избавиться от чисел и битов не удастся.

Но подвинуться их можно заставить



Неприятности продолжаются

Три барьера

Обратимость

Начинаются неприятности

А что же плохо?
Аналогия с аналоговыми

Неприятности продолжаются

О языках алгебраического программирования

Завершение постановки задачи

Проблема с обращением

Назад к обычному программированию

Действия — не функции

Предупреждение
Некоторые выводы

На что похожи обучавшиеся по стандартной методе?

На что мы рискнули

Можно использовать в алгебраическом программировании багаж накопленных численных алгоритмов?



Неприятности продолжаются

Три барьера

Обратимость

Начинаются неприятности

А что же плохо?
Аналогия с аналоговыми

Неприятности продолжаются

О языках алгебраического программирования

Завершение постановки задачи

Проблема с обращением

Назад к обычному программированию

Действия — не функции

Предупреждение

Некоторые выводы

На что похожи обучавшиеся по стандартной методе?

На что мы рискнули

Можно использовать в алгебраическом программировании багаж накопленных численных алгоритмов?

Почти ничего из него



Неприятности продолжаются

Три барьера

Обратимость

Начинаются неприятности

А что же плохо?
Аналогия с аналоговыми

Неприятности продолжаются

О языках алгебраического программирования

Завершение постановки задачи

Проблема с обращением

Назад к обычному программированию

Действия — не функции

Предупреждение

Некоторые выводы

На что похожи обучавшиеся по стандартной методе?

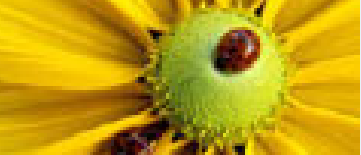
На что мы рискнули

Можно использовать в алгебраическом программировании багаж накопленных численных алгоритмов?

Почти ничего из него

И это хорошо, поскольку гарантирует от идиотских постановок задач типа

‘распараллелить существенно последовательную программу’



О языках алгебраического программирования

Похож ли язык для алгебраического программирования на обычные?

Три барьера

Обратимость

Начинаются неприятности

А что же плохо?

Аналогия с аналоговыми Неприятности продолжаются

О языках алгебраического программирования

Завершение постановки задачи

Проблема с обращением

Назад к обычному программированию

Действия — не функции

Предупреждение
Некоторые выводы

На что похожи обучавшиеся по стандартной методе?

На что мы рискнули



О языках алгебраического программирования

Три барьера

Обратимость

Начинаются неприятности

А что же плохо?
Аналогия с аналоговыми Неприятности продолжаются

О языках алгебраического программирования

Завершение постановки задачи

Проблема с обращением

Назад к обычному программированию

Действия — не функции

Предупреждение
Некоторые выводы

На что похожи обучавшиеся по стандартной методе?

На что мы рискнули

Похож ли язык для алгебраического программирования на обычные?
Совершенно другой



О языках алгебраического программирования

Три барьера

Обратимость

Начинаются неприятности

А что же плохо?
Аналогия с аналоговыми Неприятности продолжаются

О языках алгебраического программирования

Завершение постановки задачи

Проблема с обращением

Назад к обычному программированию

Действия — не функции

Предупреждение
Некоторые выводы

На что похожи обучавшиеся по стандартной методе?

На что мы рискнули

Похож ли язык для алгебраического программирования на обычные?

Совершенно другой

Можно ли переучить на алгебраическое тех, кто учился обычному?



О языках алгебраического программирования

Три барьера

Обратимость

Начинаются неприятности

А что же плохо?
Аналогия с аналоговыми Неприятности продолжают

О языках алгебраического программирования

Завершение постановки задачи

Проблема с обращением

Назад к обычному программированию

Действия — не функции

Предупреждение

Некоторые выводы

На что похожи обучавшиеся по стандартной методе?

На что мы рискнули

Похож ли язык для алгебраического программирования на обычные?

Совершенно другой

Можно ли переучить на алгебраическое тех, кто учился обычному?

Ну, некоторые редкие личности способны понять совершенно новое. . .



Завершение постановки задачи

Три барьера

Обратимость

Начинаются
неприятности

А что же плохо?

Аналогия с
аналоговыми
Неприятности
продолжаются

О языках
алгебраического
программирова-
ния

Завершение
постановки
задачи

Проблема с
обращением

Назад к
обычному про-
граммированию

Действия — не
функции

Предупреждение

Некоторые
выводы

На что похожи
обучавшиеся по
стандартной
методе?

На что мы
рискнули

Подходят ли группы для описания действий обратимых программ и процессоров?



Завершение постановки задачи

Три барьера

Обратимость

Начинаются неприятности

А что же плохо?

Аналогия с аналоговыми неприятности продолжаются

О языках алгебраического программирования

Завершение постановки задачи

Проблема с обращением

Назад к обычному программированию

Действия — не функции

Предупреждение

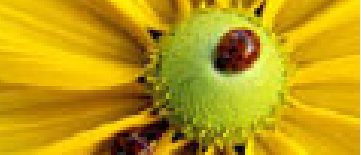
Некоторые выводы

На что похожи обучавшиеся по стандартной методе?

На что мы рискнули

Подходят ли группы для описания действий обратимых программ и процессоров?

Недостаточны



Завершение постановки задачи

Три барьера

Обратимость

Начинаются
неприятности

А что же плохо?

Аналогия с
аналоговыми
Неприятности
продолжаются
О языках
алгебраического
программирова-
ния

**Завершение
постановки
задачи**

Проблема с
обращением

Назад к
обычному про-
граммированию
Действия — не
функции

Предупреждение
Некоторые
выводы

На что похожи
обучавшиеся по
стандартной
методе?

На что мы
рискнули

Подходят ли группы для описания действий обратимых программ и процессоров?

Недостаточны

В соответствии с принципом баллистических вычислений Беннета, команды тоже должны обрабатываться обратимо. Есть естественная для обратимых процессоров и программ команда: взять обратный элемент или выполнить обратное действие (поменять вход и выход кристаллического элемента).



Проблема с обращением

Три барьера

Обратимость

Начинаются
неприятности

А что же плохо?

Аналогия с
аналоговыми
Неприятности
продолжаются

О языках
алгебраического
программирова-
ния

Завершение
постановки
задачи

**Проблема с
обращением**

Назад к
обычному про-
граммированию

Действия — не
функции

Предупреждение
Некоторые
выводы

На что похожи
обучавшиеся по
стандартной
методе?

На что мы
рискнули

Обращение может быть элементом группы лишь в случае, когда всегда $a^{-1} = a$ (двоичная память из невзаимодействующих битов)



Проблема с обращением

Три барьера

Обратимость

Начинаются неприятности

А что же плохо?

Аналогия с аналоговыми Неприятности продолжаются

О языках алгебраического программирования

Завершение постановки задачи

Проблема с обращением

Назад к обычному программированию

Действия — не функции

Предупреждение

Некоторые выводы

На что похожи обучавшиеся по стандартной методе?

На что мы рискнули

Обращение может быть элементом группы лишь в случае, когда всегда $a^{-1} = a$ (двоичная память из невзаимодействующих битов)

Проваливается ассоциативность. Если M — элемент, осуществляющий обращение, то

$$a \circ (b \circ M) \neq (a \circ b) \circ M.$$



Назад к обычному программированию

На самом деле эта проблема возникает для обычных программ, но игнорируется в информатике

Три барьера

Обратимость

Начинаются неприятности

А что же плохо?

Аналогия с аналоговыми неприятностями продолжаются

О языках алгебраического программирования

Завершение постановки задачи

Проблема с обращением

Назад к обычному программированию

Действия — не функции

Предупреждение

Некоторые выводы

На что похожи обучавшиеся по стандартной методе?

На что мы рискнули



Назад к обычному программированию

На самом деле эта проблема возникает для обычных программ, но игнорируется в информатике
Рассмотрим команду UNDO.

Три барьера

Обратимость

Начинаются неприятности

А что же плохо?

Аналогия с аналоговыми Неприятности продолжаются

О языках алгебраического программирования

Завершение постановки задачи

Проблема с обращением

Назад к обычному программированию

Действия — не функции

Предупреждение

Некоторые выводы

На что похожи обучавшиеся по стандартной методе?

На что мы рискнули



Назад к обычному программированию

Три барьера

Обратимость

Начинаются неприятности

А что же плохо?

Аналогия с аналоговыми Неприятности продолжаются

О языках алгебраического программирования

Завершение постановки задачи

Проблема с обращением

Назад к обычному программированию

Действия — не функции

Предупреждение

Некоторые выводы

На что похожи обучавшиеся по стандартной методе?

На что мы рискнули

На самом деле эта проблема возникает для обычных программ, но игнорируется в информатике

Рассмотрим команду UNDO.

Тогда $a; b; \text{UNDO}$ не то же, что $\{a; b\}; \text{UNDO}$



Назад к обычному программированию

Три барьера

Обратимость

Начинаются неприятности

А что же плохо?

Аналогия с аналоговыми Неприятности продолжаются

О языках алгебраического программирования

Завершение постановки задачи

Проблема с обращением

Назад к обычному программированию

Действия — не функции

Предупреждение

Некоторые выводы

На что похожи обучавшиеся по стандартной методе?

На что мы рискнули

На самом деле эта проблема возникает для обычных программ, но игнорируется в информатике

Рассмотрим команду UNDO.

Тогда $a; b; \text{UNDO}$ не то же, что $\{a; b\}; \text{UNDO}$

Так что нужен новый тип алгебр: алгебры программ



Действия — не функции

Три барьера

Обратимость

Начинаются неприятности

А что же плохо?

Аналогия с аналоговыми Неприятности продолжаются

О языках алгебраического программирования

Завершение постановки задачи

Проблема с обращением

Назад к обычному программированию

Действия — не функции

Предупреждение

Некоторые выводы

На что похожи обучавшиеся по стандартной методе?

На что мы рискнули

В теории эффект операторов программ представляется как функция. Мы показали, что действия не могут так представляться. Они не образуют даже полугруппу, потому что неассоциативны



Действия — не функции

Три барьера

Обратимость

Начинаются
неприятности

А что же плохо?

Аналогия с
аналоговыми
Неприятности
продолжаются

О языках
алгебраического
программирова-
ния

Завершение
постановки
задачи

Проблема с
обращением

Назад к
обычному про-
граммированию

**Действия — не
функции**

Предупреждение

Некоторые
выводы

На что похожи
обучавшиеся по
стандартной
методе?

На что мы
рискнули

В теории эффект операторов программ представляется как функция. Мы показали, что действия не могут так представляться. Они не образуют даже полугруппу, потому что неассоциативны

Где подобный эффект наблюдался раньше?



Действия — не функции

Три барьера

Обратимость

Начинаются неприятности

А что же плохо?

Аналогия с аналоговыми Неприятности продолжаются

О языках алгебраического программирования

Завершение постановки задачи

Проблема с обращением

Назад к обычному программированию

Действия — не функции

Предупреждение

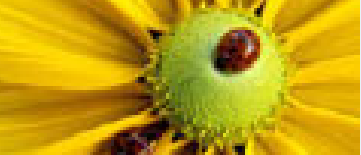
Некоторые выводы

На что похожи обучавшиеся по стандартной методе?

На что мы рискнули

В теории эффект операторов программ представляется как функция. Мы показали, что действия не могут так представляться. Они не образуют даже полугруппу, потому что неассоциативны

Где подобный эффект наблюдался раньше?
В функциональном программировании и комбинаторной логике



Действия — не функции

Три барьера

Обратимость

Начинаются
неприятности

А что же плохо?

Аналогия с
аналоговыми
Неприятности
продолжаются

О языках
алгебраического
программирова-
ния

Завершение
постановки
задачи

Проблема с
обращением

Назад к
обычному про-
граммированию

**Действия — не
функции**

Предупреждение

Некоторые
выводы

На что похожи
обучавшиеся по
стандартной
методе?

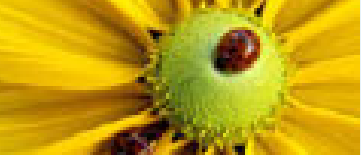
На что мы
рискнули

В теории эффект операторов программ представляется как функция. Мы показали, что действия не могут так представляться. Они не образуют даже полугруппу, потому что неассоциативны

Где подобный эффект наблюдался раньше?

В функциональном программировании и комбинаторной логике

А мы показали, что он возникает даже в простейших языках скриптов



Действия — не функции

Три барьера

Обратимость

Начинаются неприятности

А что же плохо?

Аналогия с аналоговыми неприятности продолжаются

О языках алгебраического программирования

Завершение постановки задачи

Проблема с обращением

Назад к обычному программированию

Действия — не функции

Предупреждение

Некоторые выводы

На что похожи обучавшиеся по стандартной методе?

На что мы рискнули

В теории эффект операторов программ представляется как функция. Мы показали, что действия не могут так представляться. Они не образуют даже полугруппу, потому что неассоциативны

Где подобный эффект наблюдался раньше?

В функциональном программировании и комбинаторной логике

А мы показали, что он возникает даже в простейших языках скриптов

Но тем не менее в программе всегда есть структура *полугруппы*.



Предупреждение

Три барьера

Обратимость

Начинаются
неприятности

А что же плохо?

Аналогия с
аналоговыми
Неприятности
продолжаются

О языках
алгебраического
программирова-
ния

Завершение
постановки
задачи

Проблема с
обращением

Назад к
обычному про-
граммированию

Действия — не
функции

Предупреждение

Некоторые
выводы

На что похожи
обучавшиеся по
стандартной
методе?

На что мы
рискнули

Даже обратимые действия не обязательно дают обратимую программу



Предупреждение

Три барьера

Обратимость

Начинаются
неприятности

А что же плохо?

Аналогия с
аналоговыми
Неприятности
продолжаются

О языках
алгебраического
программирова-
ния

Завершение
постановки
задачи

Проблема с
обращением

Назад к
обычному про-
граммированию

Действия — не
функции

Предупреждение

Некоторые
выводы

На что похожи
обучавшиеся по
стандартной
методе?

На что мы
рискнули

Даже обратимые действия не обязательно дают обратимую программу

Пример: сборка кубика Рубика



Предупреждение

Три барьера

Обратимость

Начинаются
неприятности

А что же плохо?

Аналогия с
аналоговыми
Неприятности
продолжаются

О языках
алгебраического
программирова-
ния

Завершение
постановки
задачи

Проблема с
обращением

Назад к
обычному про-
граммированию

Действия — не
функции

Предупреждение

Некоторые
выводы

На что похожи
обучавшиеся по
стандартной
методе?

На что мы
рискнули

Даже обратимые действия не обязательно дают обратимую программу

Пример: сборка кубика Рубика

Каждое действие обратимо, но информация об исходном состоянии безвозвратно теряется



Некоторые выводы

Три барьера

Обратимость

Начинаются неприятности

А что же плохо?

Аналогия с аналоговыми Неприятности продолжаются

О языках алгебраического программирования

Завершение постановки задачи

Проблема с обращением

Назад к обычному программированию

Действия — не функции

Предупреждение

Некоторые выводы

На что похожи обучавшиеся по стандартной методе?

На что мы рискнули

Алгебраическое программирование и моделирование пробивает одновременно две стенки



Некоторые выводы

Три барьера

Обратимость

Начинаются
неприятности

А что же плохо?

Аналогия с
аналоговыми
Неприятности
продолжаются

О языках
алгебраического
программирова-
ния

Завершение
постановки
задачи

Проблема с
обращением

Назад к
обычному про-
граммированию

Действия — не
функции

Предупреждение

**Некоторые
выводы**

На что похожи
обучавшиеся по
стандартной
методе?

На что мы
рискнули

Алгебраическое программирование и
моделирование пробивает одновременно две
стенки
Деться от него некуда



Некоторые выводы

Три барьера

Обратимость

Начинаются
неприятности

А что же плохо?

Аналогия с
аналоговыми
Неприятности
продолжаются
О языках
алгебраического
программирова-
ния

Завершение
постановки
задачи

Проблема с
обращением

Назад к
обычному про-
граммированию

Действия — не
функции

Предупреждение

**Некоторые
выводы**

На что похожи
обучавшиеся по
стандартной
методе?

На что мы
рискнули

Алгебраическое программирование и
моделирование пробивает одновременно две
стенки

Деться от него некуда

Люди, которые изучали языки
программирования, переучиться на него не
могут



Некоторые выводы

Три барьера

Обратимость

Начинаются неприятности

А что же плохо?

Аналогия с аналоговыми Неприятности продолжаются О языках алгебраического программирования

Завершение постановки задачи

Проблема с обращением

Назад к обычному программированию

Действия — не функции

Предупреждение

Некоторые выводы

На что похожи обучавшиеся по стандартной методе?

На что мы рискнули

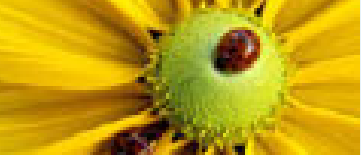
Алгебраическое программирование и моделирование пробивает одновременно две стенки

Деться от него некуда

Люди, которые изучали языки

программирования, переучиться на него не могут

Люди, которые овладевали системой знаний по информатике или математике — овладеть им иногда могут



На что похожи обучавшиеся по стандартной методе?

Три барьера

Обратимость

Начинаются неприятности

А что же плохо?

Аналогия с аналоговыми

Неприятности продолжаются

О языках алгебраического программирования

Завершение постановки задачи

Проблема с обращением

Назад к обычному программированию

Действия — не функции

Предупреждение

Некоторые выводы

На что похожи обучавшиеся по стандартной методе?

На что мы рискнули





На что похожи обучавшиеся по стандартной методе?

Три барьера

Обратимость

Начинаются неприятности

А что же плохо?

Аналогия с аналоговыми

Неприятности продолжают

О языках алгебраического программирования

Завершение постановки задачи

Проблема с обращением

Назад к обычному программированию

Действия — не функции

Предупреждение

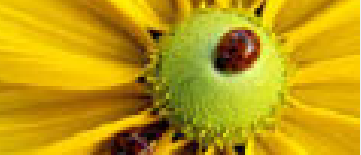
Некоторые выводы

На что похожи обучавшиеся по стандартной методе?

На что мы рискнули



В принципе не могут выжить вне их горячего источника



На что мы рискнули

Три барьера

Обратимость

Начинаются неприятности

А что же плохо?

Аналогия с аналоговыми

Неприятности

продолжаются

О языках

алгебраического программирования

Завершение

постановки задачи

Проблема с обращением

Назад к обычному программированию

Действия — не функции

Предупреждение

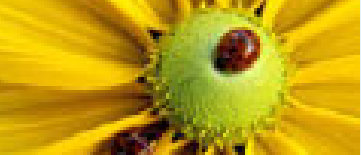
Некоторые выводы

На что похожи обучавшиеся по стандартной

методе?

На что мы рискнули





Три барьера

Обратимость

Начинаются
неприятности

Формализм

Традиционные
алгебраические
представления

Группоид

Использовались
ли группоиды
раньше?

Принципиальные
недостатки
комбинаторных
алгебр

Чего не хватает в
группоидах?

Композиционный
группоид

General algebraic
program structure
(GAPS))

Пополнение
программы до
GAPS

Представление
 λ -исчисления в
GAPS

Brainfuck-like
GAPS

Преимущества

Формализм



Традиционные алгебраические представления

Три барьера

Обратимость

Начинаются неприятности

Формализм

Традиционные алгебраические представления

Группоид

Использовались ли группоиды раньше?

Принципиальные недостатки комбинаторных алгебр

Чего не хватает в группоидах?

Композиционный группоид

General algebraic program structure (GAPS))

Пополнение программы до GAPS

Представление λ -исчисления в GAPS

Brainfuck-like GAPS

Преимущества

Любая полугруппа представляется как полугруппа функций, и, наоборот, любое пространство функций, замкнутое относительно композиции — как полугруппа.



Традиционные алгебраические представления

Три барьера

Обратимость

Начинаются неприятности

Формализм

Традиционные алгебраические представления

Группоид

Использовались ли группоиды раньше?

Принципиальные недостатки комбинаторных алгебр

Чего не хватает в группоидах?

Композиционный группоид

General algebraic program structure (GAPS))

Пополнение программы до GAPS

Представление λ -исчисления в GAPS

Brainfuck-like GAPS

Преимущества

Любая полугруппа представляется как полугруппа функций, и, наоборот, любое пространство функций, замкнутое относительно композиции — как полугруппа.

Глушков 1962 Maurer 1967 начинали с полугруппы и пополняли ее операциями алгоритмических языков



Традиционные алгебраические представления

Три барьера

Обратимость

Начинаются неприятности

Формализм

Традиционные алгебраические представления

Группоид

Использовались ли группоиды раньше?

Принципиальные недостатки комбинаторных алгебр

Чего не хватает в группоидах?

Композиционный группоид

General algebraic program structure (GAPS))

Пополнение программы до GAPS

Представление λ -исчисления в GAPS

Brainfuck-like GAPS

Преимущества

Любая полугруппа представляется как полугруппа функций, и, наоборот, любое пространство функций, замкнутое относительно композиции — как полугруппа.

Глушков 1962 Maurer 1967 начинали с полугруппы и пополняли ее операциями алгоритмических языков

Обе эти линии развиваются до сегодняшнего дня.



Группоид

Три барьера

Обратимость

Начинаются неприятности

Формализм

Традиционные алгебраические представления

Группоид

Использовались ли группоиды раньше?

Принципиальные недостатки комбинаторных алгебр

Чего не хватает в группоидах?

Композиционный группоид

General algebraic program structure (GAPS))

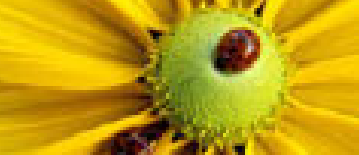
Пополнение программы до GAPS

Представление λ -исчисления в GAPS

Brainfuck-like GAPS

Преимущества

Мы установили, что действия, в отличие от функций, не всегда являются полугруппой. Можно гарантировать лишь бинарную операцию применения функции к аргументу $(x \star f)$.



Группоид

Три барьера

Обратимость

Начинаются неприятности

Формализм

Традиционные алгебраические представления

Группоид

Использовались ли группоиды раньше?

Принципиальные недостатки комбинаторных алгебр

Чего не хватает в группоидах?

Композиционный группоид

General algebraic program structure (GAPS)

Пополнение программы до GAPS

Представление λ -исчисления в GAPS

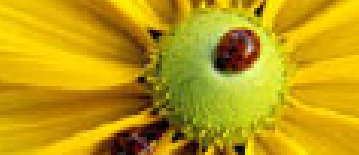
Brainfuck-like GAPS

Преимущества

Мы установили, что действия, в отличие от функций, не всегда являются полугруппой.

Можно гарантировать лишь бинарную операцию применения функции к аргументу $(x \star f)$.

Этого достаточно для появления функционального программирования



Группоид

Три барьера

Обратимость

Начинаются неприятности

Формализм

Традиционные алгебраические представления

Группоид

Использовались ли группоиды раньше?

Принципиальные недостатки комбинаторных алгебр

Чего не хватает в группоидах?

Композиционный группоид

General algebraic program structure (GAPS))

Пополнение программы до GAPS

Представление λ -исчисления в GAPS

Brainfuck-like GAPS

Преимущества

Мы установили, что действия, в отличие от функций, не всегда являются полугруппой.

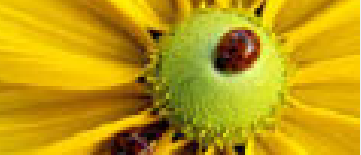
Можно гарантировать лишь бинарную операцию применения функции к аргументу $(x \star f)$.

Этого достаточно для появления

функционального программирования

a может рассматриваться как *действие* a :

функция $\lambda x. (x \star a)$.



Группоид

Три барьера

Обратимость

Начинаются неприятности

Формализм

Традиционные алгебраические представления

Группоид

Использовались ли группоиды раньше?

Принципиальные недостатки комбинаторных алгебр

Чего не хватает в группоидах?

Композиционный группоид

General algebraic program structure (GAPS))

Пополнение программы до GAPS

Представление λ -исчисления в GAPS

Brainfuck-like GAPS

Преимущества

Мы установили, что действия, в отличие от функций, не всегда являются полугруппой.

Можно гарантировать лишь бинарную операцию применения функции к аргументу $(x \star f)$.

Этого достаточно для появления

функционального программирования

a может рассматриваться как *действие* a :

функция $\lambda x. (x \star a)$.

Далее как функция над функциями и т.п.



Использовались ли группоиды раньше?

Стандартной алгебраизацией функционального программирования является комбинаторная алгебра

Три барьера

Обратимость

Начинаются неприятности

Формализм

Традиционные алгебраические представления

Группоид

Использовались ли группоиды раньше?

Принципиальные недостатки комбинаторных алгебр

Чего не хватает в группоидах?

Композиционный группоид

General algebraic program structure (GAPS))

Пополнение программы до GAPS

Представление λ -исчисления в GAPS

Brainfuck-like GAPS

Преимущества



Использовались ли группоиды раньше?

Стандартной алгебраизацией функционального программирования является комбинаторная алгебра

$$(x \star (y \star \mathbf{K})) = y;$$

$$(x \star (y \star (z \star \mathbf{S}))) = ((x \star y) \star (x \star z)).$$

Три барьера

Обратимость

Начинаются неприятности

Формализм

Традиционные алгебраические представления

Группоид

Использовались ли группоиды раньше?

Принципиальные недостатки комбинаторных алгебр

Чего не хватает в группоидах?

Композиционный группоид

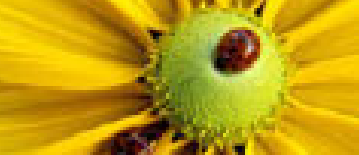
General algebraic program structure (GAPS)

Пополнение программы до GAPS

Представление λ -исчисления в GAPS

Brainfuck-like GAPS

Преимущества



Использовались ли группоиды раньше?

Стандартной алгебраизацией функционального программирования является комбинаторная алгебра

$$(x \star (y \star \mathbf{K})) = y;$$

$$(x \star (y \star (z \star \mathbf{S}))) = ((x \star y) \star (x \star z)).$$

Её достаточно для выражения всех вычислимых функций и моделирования языков типа Lisp.

Три барьера

Обратимость

Начинаются неприятности

Формализм

Традиционные алгебраические представления

Группоид

Использовались ли группоиды раньше?

Принципиальные недостатки комбинаторных алгебр

Чего не хватает в группоидах?

Композиционный группоид

General algebraic program structure (GAPS)

Пополнение программы до GAPS

Представление λ -исчисления в GAPS

Brainfuck-like GAPS

Преимущества



Использовались ли группоиды раньше?

Три барьера

Обратимость

Начинаются неприятности

Формализм

Традиционные алгебраические представления

Группоид

Использовались ли группоиды раньше?

Принципиальные недостатки комбинаторных алгебр

Чего не хватает в группоидах?

Композиционный группоид

General algebraic program structure (GAPS)

Пополнение программы до GAPS

Представление λ -исчисления в GAPS

Brainfuck-like GAPS

Преимущества

Стандартной алгебраизацией функционального программирования является комбинаторная алгебра

$$(x \star (y \star \mathbf{K})) = y;$$

$$(x \star (y \star (z \star \mathbf{S}))) = ((x \star y) \star (x \star z)).$$

Её достаточно для выражения всех вычислимых функций и моделирования языков типа Lisp. Но к более абстрактным структурам не переходили



Принципиальные недостатки комбинаторных алгебр

Три барьера

Обратимость

Начинаются неприятности

Формализм

Традиционные алгебраические представления

Группоид

Использовались ли группоиды раньше?

Принципиальные недостатки комбинаторных алгебр

Чего не хватает в группоидах?

Композиционный группоид

General algebraic program structure (GAPS))

Пополнение программы до GAPS

Представление λ -исчисления в GAPS

Brainfuck-like GAPS

Преимущества

Барендрегт, предложение 5.1.15

Нетривиальные комбинаторные алгебры



Принципиальные недостатки комбинаторных алгебр

Три барьера

Обратимость

Начинаются неприятности

Формализм

Традиционные алгебраические представления

Группоид

Использовались ли группоиды раньше?

Принципиальные недостатки комбинаторных алгебр

Чего не хватает в группоидах?

Композиционный группоид

General algebraic program structure (GAPS))

Пополнение программы до GAPS

Представление λ -исчисления в GAPS

Brainfuck-like GAPS

Преимущества

Барендрегт, предложение 5.1.15

Нетривиальные комбинаторные алгебры некоммутативны



Принципиальные недостатки комбинаторных алгебр

Три барьера

Обратимость

Начинаются неприятности

Формализм

Традиционные алгебраические представления

Группоид

Использовались ли группоиды раньше?

Принципиальные недостатки комбинаторных алгебр

Чего не хватает в группоидах?

Композиционный группоид

General algebraic program structure (GAPS))

Пополнение программы до GAPS

Представление λ -исчисления в GAPS

Brainfuck-like GAPS

Преимущества

Барендрегт, предложение 5.1.15

Нетривиальные комбинаторные алгебры

некоммутативны

неассоциативны



Принципиальные недостатки комбинаторных алгебр

Три барьера

Обратимость

Начинаются неприятности

Формализм

Традиционные алгебраические представления

Группоид

Использовались ли группоиды раньше?

Принципиальные недостатки комбинаторных алгебр

Чего не хватает в группоидах?

Композиционный группоид

General algebraic program structure (GAPS))

Пополнение программы до GAPS

Представление λ -исчисления в GAPS

Brainfuck-like GAPS

Преимущества

Барендрегт, предложение 5.1.15

Нетривиальные комбинаторные алгебры

некоммутативны

неассоциативны

бесконечны



Принципиальные недостатки комбинаторных алгебр

Три барьера

Обратимость

Начинаются неприятности

Формализм

Традиционные алгебраические представления

Группоид

Использовались ли группоиды раньше?

Принципиальные недостатки комбинаторных алгебр

Чего не хватает в группоидах?

Композиционный группоид

General algebraic program structure (GAPS))

Пополнение программы до GAPS

Представление λ -исчисления в GAPS

Brainfuck-like GAPS

Преимущества

Барендрегт, предложение 5.1.15

Нетривиальные комбинаторные алгебры

некоммутативны

неассоциативны

бесконечны

нерекурсивны



Чего не хватает в группоидах?

Три барьера

Обратимость

Начинаются
неприятности

Формализм

Традиционные
алгебраические
представления

Группоид

Использовались
ли группоиды
раньше?

Принципиальные
недостатки
комбинаторных
алгебр

**Чего не хватает в
группоидах?**

Композиционный
группоид

General algebraic
program structure
(GAPS))

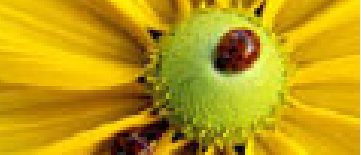
Пополнение
программы до
GAPS

Представление
 λ -исчисления в
GAPS

Brainfuck-like
GAPS

Преимущества

Возможности создать сложное действие из
простейших



Чего не хватает в группоидах?

Три барьера

Обратимость

Начинаются
неприятности

Формализм

Традиционные
алгебраические
представления

Группоид

Использовались
ли группоиды
раньше?

Принципиальные
недостатки
комбинаторных
алгебр

**Чего не хватает в
группоидах?**

Композиционный
группоид

General algebraic
program structure
(GAPS))

Пополнение
программы до
GAPS

Представление
 λ -исчисления в
GAPS

Brainfuck-like
GAPS

Преимущества

Возможности создать сложное действие из
простейших

Действие последовательности элементов

a_1, \dots, a_n :



Чего не хватает в группоидах?

Три барьера

Обратимость

Начинаются неприятности

Формализм

Традиционные алгебраические представления

Группоид

Использовались ли группоиды раньше?

Принципиальные недостатки комбинаторных алгебр

Чего не хватает в группоидах?

Композиционный группоид

General algebraic program structure (GAPS))

Пополнение программы до GAPS

Представление λ -исчисления в GAPS

Brainfuck-like GAPS

Преимущества

Возможности создать сложное действие из простейших

Действие последовательности элементов

a_1, \dots, a_n :

$$f_{a_1, \dots, a_n} = \lambda x. ((x \star a_1) \star \dots) \star a_n$$



Чего не хватает в группоидах?

Три барьера

Обратимость

Начинаются
неприятности

Формализм

Традиционные
алгебраические
представления

Группоид

Использовались
ли группоиды
раньше?

Принципиальные
недостатки
комбинаторных
алгебр

**Чего не хватает в
группоидах?**

Композиционный
группоид

General algebraic
program structure
(GAPS))

Пополнение
программы до
GAPS

Представление
 λ -исчисления в
GAPS

Brainfuck-like
GAPS

Преимущества

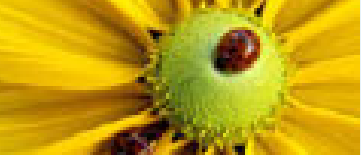
Возможности создать сложное действие из
простейших

Действие последовательности элементов

a_1, \dots, a_n :

$$f_{a_1, \dots, a_n} = \lambda x. ((x \star a_1) \star \dots) \star a_n$$

Не всегда действие последовательности
выражается как действие одного элемента.
Пример: алгебра «колодец, ножницы, бумага».
Коммутативная с тремя элементами.



Чего не хватает в группоидах?

Три барьера

Обратимость

Начинаются неприятности

Формализм

Традиционные алгебраические представления

Группоид

Использовались ли группоиды раньше?

Принципиальные недостатки комбинаторных алгебр

Чего не хватает в группоидах?

Композиционный группоид

General algebraic program structure (GAPS)

Пополнение программы до GAPS

Представление λ -исчисления в GAPS

Brainfuck-like GAPS

Преимущества

Возможности создать сложное действие из простейших

Действие последовательности элементов

a_1, \dots, a_n :

$$f_{a_1, \dots, a_n} = \lambda x. ((x \star a_1) \star \dots) \star a_n$$

Не всегда действие последовательности выражается как действие одного элемента.

Пример: алгебра «колодец, ножницы, бумага».

Коммутативная с тремя элементами.

$$(x \star x) = x (w \star p) = p (p \star s) = s (s \star w) = w$$



Композиционный группоид

Три барьера

Обратимость

Начинаются
неприятности

Формализм

Традиционные
алгебраические
представления

Группоид

Использовались
ли группоиды
раньше?

Принципиальные
недостатки
комбинаторных
алгебр

Чего не хватает в
группоидах?

**Композиционный
группоид**

General algebraic
program structure
(GAPS))

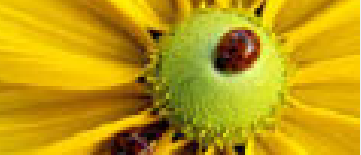
Пополнение
программы до
GAPS

Представление
 λ -исчисления в
GAPS

Brainfuck-like
GAPS

Преимущества

$$(f \star ((g \star (h \star \mathbf{B}))) = (f \star (g \star h))$$



Композиционный группоид

Три барьера

Обратимость

Начинаются неприятности

Формализм

Традиционные алгебраические представления

Группоид

Использовались ли группоиды раньше?

Принципиальные недостатки комбинаторных алгебр

Чего не хватает в группоидах?

Композиционный группоид

General algebraic program structure (GAPS))

Пополнение программы до GAPS

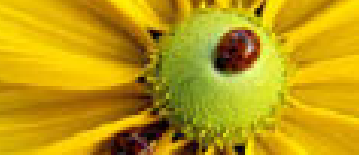
Представление λ -исчисления в GAPS

Brainfuck-like GAPS

Преимущества

$$(f \star ((g \star (h \star \mathbf{B}))) = (f \star (g \star h)))$$

Превращается в полугруппу, если задать дополнительное тождество



Композиционный группоид

Три барьера

Обратимость

Начинаются неприятности

Формализм

Традиционные алгебраические представления

Группоид

Использовались ли группоиды раньше?

Принципиальные недостатки комбинаторных алгебр

Чего не хватает в группоидах?

Композиционный группоид

General algebraic program structure (GAPS))

Пополнение программы до GAPS

Представление λ -исчисления в GAPS

Brainfuck-like GAPS

Преимущества

$$(f \star ((g \star (h \star \mathbf{B}))) = (f \star (g \star h))$$

Превращается в полугруппу, если задать дополнительное тождество

$$(f \star ((g \star (h \star \mathbf{B})) \star \mathbf{B})) = ((f \star (g \star \mathbf{B})) \star (h \star \mathbf{B}))$$



Композиционный группоид

Три барьера

Обратимость

Начинаются неприятности

Формализм

Традиционные алгебраические представления

Группоид

Использовались ли группоиды раньше?

Принципиальные недостатки комбинаторных алгебр

Чего не хватает в группоидах?

Композиционный группоид

General algebraic program structure (GAPS))

Пополнение программы до GAPS

Представление λ -исчисления в GAPS

Brainfuck-like GAPS

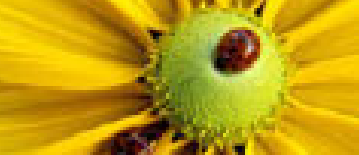
Преимущества

$$(f \star ((g \star (h \star \mathbf{B}))) = (f \star (g \star h))$$

Превращается в полугруппу, если задать дополнительное тождество

$$(f \star ((g \star (h \star \mathbf{B})) \star \mathbf{B})) = ((f \star (g \star \mathbf{B})) \star (h \star \mathbf{B}))$$

Следствие: любой группоид вложим в полугруппу



Композиционный группоид

Три барьера

Обратимость

Начинаются неприятности

Формализм

Традиционные алгебраические представления

Группоид

Использовались ли группоиды раньше?

Принципиальные недостатки комбинаторных алгебр

Чего не хватает в группоидах?

Композиционный группоид

General algebraic program structure (GAPS))

Пополнение программы до GAPS

Представление λ -исчисления в GAPS

Brainfuck-like GAPS

Преимущества

$$(f \star ((g \star (h \star \mathbf{B}))) = (f \star (g \star h))$$

Превращается в полугруппу, если задать дополнительное тождество

$$(f \star ((g \star (h \star \mathbf{B})) \star \mathbf{B})) = ((f \star (g \star \mathbf{B})) \star (h \star \mathbf{B}))$$

Следствие: любой группоид вложим в полугруппу

Если группоид рекурсивен, то и эта полугруппа рекурсивна



General algebraic program structure (GAPS))

Бигруппоид с ассоциативной операцией \circ (последовательное исполнение) и неассоциативной \star (применение действия).

$$((x \star f) \star g) = (x \star (f \circ g)) \quad (1)$$

$$(0 \star x) = (x \star 0) = 0 \quad (2)$$

$$(x \star e) = x \quad (3)$$

Три барьера

Обратимость

Начинаются неприятности

Формализм

Традиционные алгебраические представления

Группоид

Использовались ли группоиды раньше?

Принципиальные недостатки комбинаторных алгебр

Чего не хватает в группоидах?

Композиционный группоид

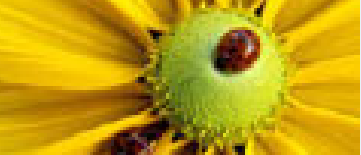
General algebraic program structure (GAPS))

Пополнение программы до GAPS

Представление λ -исчисления в GAPS

Brainfuck-like GAPS

Преимущества



Пополнение программы до GAPS

Три барьера

Обратимость

Начинаются неприятности

Формализм

Традиционные алгебраические представления

Группоид

Использовались ли группоиды раньше?

Принципиальные недостатки комбинаторных алгебр

Чего не хватает в группоидах?

Композиционный группоид

General algebraic program structure (GAPS))

Пополнение программы до GAPS

Представление λ -исчисления в GAPS

Brainfuck-like GAPS

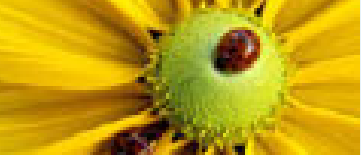
Преимущества

Теория алгебраической структуры — некоторое множество формул, истинных на этой структуре.

Th_P — теория Th , в которой все кванторы ограничены новым одноместным предикатом P .

Теорема(2012–2013) Пусть система действий \mathbb{A} описывается теорией Th_1 , и Th — теория полугруппы \mathbb{G} , и есть гомоморфизм $\mathbb{G} \rightarrow \mathbb{A}$, и P не принадлежит объединению сигнатур.

Тогда \mathbb{G} можно пополнить действиями \mathbb{A} тогда и только тогда, когда теория $\text{Th}_1 \cup \text{Th}_P$ непротиворечива.



Пополнение программы до GAPS

Три барьера

Обратимость

Начинаются
неприятности

Формализм

Традиционные
алгебраические
представления

Группоид

Использовались
ли группоиды
раньше?

Принципиальные
недостатки
комбинаторных
алгебр

Чего не хватает в
группоидах?

Композиционный
группоид

General algebraic
program structure
(GAPS))

Пополнение
программы до
GAPS

Представление
 λ -исчисления в
GAPS

Brainfuck-like
GAPS

Преимущества

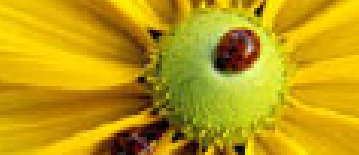
Теория алгебраической структуры — некоторое множество формул, истинных на этой структуре.

Th_P — теория Th , в которой все кванторы ограничены новым одноместным предикатом P .

Теорема(2012–2013) Пусть система действий \mathbb{A} описывается теорией Th_1 , и Th — теория полугруппы \mathbb{G} , и есть гомоморфизм $\mathbb{G} \rightarrow \mathbb{A}$, и P не принадлежит объединению сигнатур.

Тогда \mathbb{G} можно пополнить действиями \mathbb{A} тогда и только тогда, когда теория $\text{Th}_1 \cup \text{Th}_P$ непротиворечива.

Длина доказательства 5 страниц, использует теорию моделей и теорию алгебраических систем.



Представление λ -исчисления в GAPS

Три барьера

Обратимость

Начинаются неприятности

Формализм

Традиционные алгебраические представления

Группоид

Использовались ли группоиды раньше?

Принципиальные недостатки комбинаторных алгебр

Чего не хватает в группоидах?

Композиционный группоид

General algebraic program structure (GAPS)

Пополнение программы до GAPS

Представление λ -исчисления в GAPS

Brainfuck-like GAPS

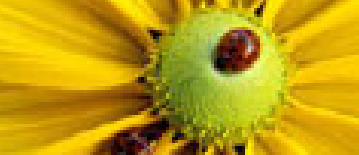
Преимущества

$$(x \star (y \star \mathbf{K})) = y;$$

$$(x \star (y \star (z \star \mathbf{S}))) = ((x \star y) \star (x \star z)).$$

$$(f \star ((g \star (h \star \mathbf{B}))) = (f \star (g \star h))$$

$$(f \star ((g \star (h \star \mathbf{B})) \star \mathbf{B})) = ((f \star (g \star \mathbf{B})) \star (h \star \mathbf{B}))$$



Представление λ -исчисления в GAPS

Три барьера

Обратимость

Начинаются неприятности

Формализм

Традиционные алгебраические представления

Группоид

Использовались ли группоиды раньше?

Принципиальные недостатки комбинаторных алгебр

Чего не хватает в группоидах?

Композиционный группоид

General algebraic program structure (GAPS)

Пополнение программы до GAPS

Представление λ -исчисления в GAPS

Brainfuck-like GAPS

Преимущества

$$(x \star (y \star \mathbf{K})) = y;$$

$$(x \star (y \star (z \star \mathbf{S}))) = ((x \star y) \star (x \star z)).$$

$$(f \star ((g \star (h \star \mathbf{B}))) = (f \star (g \star h))$$

$$(f \star ((g \star (h \star \mathbf{B})) \star \mathbf{B})) = ((f \star (g \star \mathbf{B})) \star (h \star \mathbf{B}))$$

Поскольку полные по Тьюрингу языки (как традиционные, так и объектные и функциональные) описываются через λ -исчисление, они могут быть описаны как GAPS



Представление λ -исчисления в GAPS

Три барьера

Обратимость

Начинаются неприятности

Формализм

Традиционные алгебраические представления

Группоид

Использовались ли группоиды раньше?

Принципиальные недостатки комбинаторных алгебр

Чего не хватает в группоидах?

Композиционный группоид

General algebraic program structure (GAPS))

Пополнение программы до GAPS

Представление λ -исчисления в GAPS

Brainfuck-like GAPS

Преимущества

$$(x \star (y \star \mathbf{K})) = y;$$

$$(x \star (y \star (z \star \mathbf{S}))) = ((x \star y) \star (x \star z)).$$

$$(f \star ((g \star (h \star \mathbf{B}))) = (f \star (g \star h))$$

$$(f \star ((g \star (h \star \mathbf{B})) \star \mathbf{B})) = ((f \star (g \star \mathbf{B})) \star (h \star \mathbf{B}))$$

Поскольку полные по Тьюрингу языки (как традиционные, так и объектные и функциональные) описываются через λ -исчисление, они могут быть описаны как GAPS. За один шаг до этого остановились Böhm, Dezani-Ciancaglini 1972



Brainfuck-like GAPS

Три барьера

Обратимость

Начинаются
неприятности

Формализм

Традиционные
алгебраические
представления

Группоид

Использовались
ли группоиды
раньше?

Принципиальные
недостатки
комбинаторных
алгебр

Чего не хватает в
группоидах?

Композиционный
группоид

General algebraic
program structure
(GAPS))

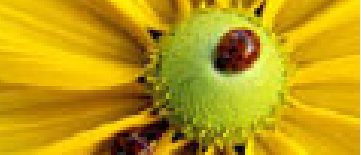
Пополнение
программы до
GAPS

Представление
 λ -исчисления в
GAPS

Brainfuck-like
GAPS

Преимущества

Пусть все строки в алфавите A программы и их
соединение — композиция программ (как в
языке Brainfuck)



Brainfuck-like GAPS

Три барьера

Обратимость

Начинаются
неприятности

Формализм

Традиционные
алгебраические
представления

Группоид

Использовались
ли группоиды
раньше?

Принципиальные
недостатки
комбинаторных
алгебр

Чего не хватает в
группоидах?

Композиционный
группоид

General algebraic
program structure
(GAPS))

Пополнение
программы до
GAPS

Представление
 λ -исчисления в
GAPS

Brainfuck-like
GAPS

Преимущества

Пусть все строки в алфавите A программы и их
соединение — композиция программ (как в
языке Brainfuck) e пустая программа = пустая
строка



Brainfuck-like GAPS

Три барьера

Обратимость

Начинаются неприятности

Формализм

Традиционные алгебраические представления

Группоид

Использовались ли группоиды раньше?

Принципиальные недостатки комбинаторных алгебр

Чего не хватает в группоидах?

Композиционный группоид

General algebraic program structure (GAPS))

Пополнение программы до GAPS

Представление λ -исчисления в GAPS

Brainfuck-like GAPS

Преимущества

Пусть все строки в алфавите A программы и их соединение — композиция программ (как в языке Brainfuck) ϵ пустая программа = пустая строка

0 не входит в A и интерпретируется как ошибка



Brainfuck-like GAPS

Три барьера

Обратимость

Начинаются неприятности

Формализм

Традиционные алгебраические представления

Группоид

Использовались ли группоиды раньше?

Принципиальные недостатки комбинаторных алгебр

Чего не хватает в группоидах?

Композиционный группоид

General algebraic program structure (GAPS))

Пополнение программы до GAPS

Представление λ -исчисления в GAPS

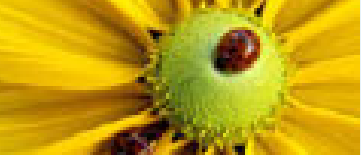
Brainfuck-like GAPS

Преимущества

Пусть все строки в алфавите A программы и их соединение — композиция программ (как в языке Brainfuck) ϵ пустая программа = пустая строка

0 не входит в A и интерпретируется как ошибка

Тогда действие s на t — просто результат применения программы s к данным t .



Brainfuck-like GAPS

Три барьера

Обратимость

Начинаются неприятности

Формализм

Традиционные алгебраические представления

Группоид

Использовались ли группойды раньше?

Принципиальные недостатки комбинаторных алгебр

Чего не хватает в группоидах?

Композиционный группоид

General algebraic program structure (GAPS))

Пополнение программы до GAPS

Представление λ -исчисления в GAPS

Brainfuck-like GAPS

Преимущества

Пусть все строки в алфавите A программы и их соединение — композиция программ (как в языке Brainfuck) ϵ пустая программа = пустая строка

0 не входит в A и интерпретируется как ошибка

Тогда действие s на t — просто результат применения программы s к данным t .

Так что алгебры описывают и языки очень низкого уровня тоже.



Преимущества (полу)групповой семантики

Композиция $a \circ b$ может пониматься тремя способами:

Три барьера

Обратимость

Начинаются неприятности

Формализм

Традиционные алгебраические представления

Группоид
Использовались ли группоиды раньше?

Принципиальные недостатки комбинаторных алгебр

Чего не хватает в группоидах?

Композиционный группоид

General algebraic program structure (GAPS))

Пополнение программы до GAPS

Представление λ -исчисления в GAPS

Brainfuck-like GAPS

Преимущества



Преимущества (полу)групповой семантики

Три барьера

Обратимость

Начинаются неприятности

Формализм

Традиционные алгебраические представления

Группоид

Использовались ли группоиды раньше?

Принципиальные недостатки комбинаторных алгебр

Чего не хватает в группоидах?

Композиционный группоид

General algebraic program structure (GAPS))

Пополнение программы до GAPS

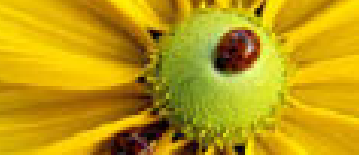
Представление λ -исчисления в GAPS

Brainfuck-like GAPS

Преимущества

Композиция $a \circ b$ может пониматься тремя способами:

1. выполняется действие a , а затем b ;



Преимущества (полу)групповой семантики

Три барьера

Обратимость

Начинаются неприятности

Формализм

Традиционные алгебраические представления

Группоид
Использовались ли группоиды раньше?

Принципиальные недостатки комбинаторных алгебр

Чего не хватает в группоидах?

Композиционный группоид

General algebraic program structure (GAPS))

Пополнение программы до GAPS

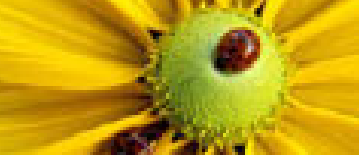
Представление λ -исчисления в GAPS

Brainfuck-like GAPS

Преимущества

Композиция $a \circ b$ может пониматься тремя способами:

1. выполняется действие a , а затем b ;
2. применяем функцию b к a ;



Преимущества (полу)групповой семантики

Три барьера

Обратимость

Начинаются неприятности

Формализм

Традиционные алгебраические представления

Группоид
Использовались ли группоиды раньше?

Принципиальные недостатки комбинаторных алгебр

Чего не хватает в группоидах?

Композиционный группоид

General algebraic program structure (GAPS))

Пополнение программы до GAPS

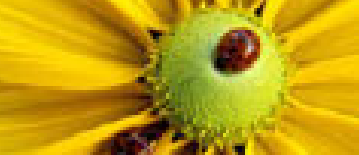
Представление λ -исчисления в GAPS

Brainfuck-like GAPS

Преимущества

Композиция $a \circ b$ может пониматься тремя способами:

1. выполняется действие a , а затем b ;
2. применяем функцию b к a ;
3. строим композицию функций a и b .



Преимущества (полу)групповой семантики

Три барьера

Обратимость

Начинаются неприятности

Формализм

Традиционные алгебраические представления

Группоид
Использовались ли группоиды раньше?

Принципиальные недостатки комбинаторных алгебр

Чего не хватает в группоидах?

Композиционный группоид

General algebraic program structure (GAPS)

Пополнение программы до GAPS

Представление λ -исчисления в GAPS

Brainfuck-like GAPS

Преимущества

Композиция $a \circ b$ может пониматься тремя способами:

1. выполняется действие a , а затем b ;
2. применяем функцию b к a ;
3. строим композицию функций a и b .

Все эти интерпретации можно смешивать как угодно. Это главная особенность полугрупп как пространства элементов и действий.



Пример преобразования динамической системы в алгебру

Динамическую систему без диссипации Σ можно рассматривать как функционал, перерабатывающий элемент фазового пространства (начальное значение) в функцию, дающую положение системы в любой заданный момент времени.

Три барьера

Обратимость

Начинаются неприятности

Формализм

Традиционные алгебраические представления

Группоид

Использовались ли группоиды раньше?

Принципиальные недостатки комбинаторных алгебр

Чего не хватает в группоидах?

Композиционный группоид

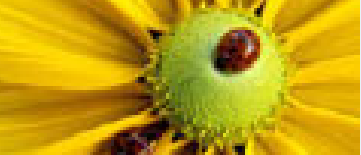
General algebraic program structure (GAPS))

Пополнение программы до GAPS

Представление λ -исчисления в GAPS

Brainfuck-like GAPS

Преимущества



Пример преобразования динамической системы в алгебру

Три барьера

Обратимость

Начинаются неприятности

Формализм

Традиционные алгебраические представления

Группоид

Использовались ли группоиды раньше?

Принципиальные недостатки комбинаторных алгебр

Чего не хватает в группоидах?

Композиционный группоид

General algebraic program structure (GAPS))

Пополнение программы до GAPS

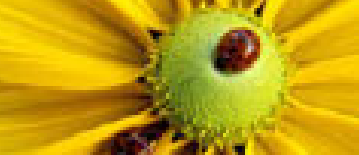
Представление λ -исчисления в GAPS

Brainfuck-like GAPS

Преимущества

Динамическую систему без диссипации Σ можно рассматривать как функционал, перерабатывающий элемент фазового пространства (начальное значение) в функцию, дающую положение системы в любой заданный момент времени.

Уравнения Σ обратимы согласно законам динамики. Она порождает группу сдвигов, элементами которой являются функции $\lambda x. (t (x\Sigma))$ сдвига текущего положения системы на t .



Продолжаем описание

Три барьера

Обратимость

Начинаются
неприятности

Формализм

Традиционные
алгебраические
представления

Группоид

Использовались
ли группоиды
раньше?

Принципиальные
недостатки
комбинаторных
алгебр

Чего не хватает в
группоидах?

Композиционный
группоид

General algebraic
program structure
(GAPS))

Пополнение
программы до
GAPS

Представление
 λ -исчисления в
GAPS

Brainfuck-like
GAPS

Преимущества

Многообразие фазовых траекторий описывается методами алгебраической топологии как комплекс, у которого есть группы гомологий (группы n -мерных циклов из клеток многообразия).



Продолжаем описание

Три барьера

Обратимость

Начинаются неприятности

Формализм

Традиционные алгебраические представления

Группоид

Использовались ли группоиды раньше?

Принципиальные недостатки комбинаторных алгебр

Чего не хватает в группоидах?

Композиционный группоид

General algebraic program structure (GAPS))

Пополнение программы до GAPS

Представление λ -исчисления в GAPS

Brainfuck-like GAPS

Преимущества

Многообразие фазовых траекторий описывается методами алгебраической топологии как комплекс, у которого есть группы гомологий (группы n -мерных циклов из клеток многообразия).

Фазовое пространство любой системы относительно некоторой совокупности преобразований координат (все равно, линейных или нет) образует группу преобразований.



Продолжаем описание

Три барьера

Обратимость

Начинаются
неприятности

Формализм

Традиционные
алгебраические
представления

Группоид

Использовались
ли группоиды
раньше?

Принципиальные
недостатки
комбинаторных
алгебр

Чего не хватает в
группоидах?

Композиционный
группоид

General algebraic
program structure
(GAPS))

Пополнение
программы до
GAPS

Представление
 λ -исчисления в
GAPS

Brainfuck-like
GAPS

Преимущества

Если некоторое многообразие обладает симметриями, то они составляют группу.



Продолжаем описание

Три барьера

Обратимость

Начинаются
неприятности

Формализм

Традиционные
алгебраические
представления

Группоид

Использовались
ли группоиды
раньше?

Принципиальные
недостатки
комбинаторных
алгебр

Чего не хватает в
группоидах?

Композиционный
группоид

General algebraic
program structure
(GAPS))

Пополнение
программы до
GAPS

Представление
 λ -исчисления в
GAPS

Brainfuck-like
GAPS

Преимущества

Если некоторое многообразие обладает симметриями, то они составляют группу. Все эти группы могут использоваться для определения того, в каком качественном состоянии находится система, именно поэтому исследование качественных свойств сложных систем сводится к исследованию порождаемых ими комплексов групп.



А если система диссипативна?

Система, в которой ускорение трения задается формулой

$$\frac{d^2x}{dt^2} = \text{if } \left| \frac{dx}{dt} \right| > 0 \text{ then } -a \frac{dx/dt}{|dx/dt|} \text{ else } 0 \text{ fi}$$

$a > 0$ — постоянная, дает группу гомотопий пространства $(t, x, dx/dt)$ как конуса над x .

Три барьера

Обратимость

Начинаются неприятности

Формализм

Традиционные алгебраические представления

Группоид

Использовались ли группоиды раньше?

Принципиальные недостатки комбинаторных алгебр

Чего не хватает в группоидах?

Композиционный группоид

General algebraic program structure (GAPS))

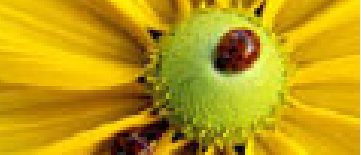
Пополнение программы до GAPS

Представление λ -исчисления в GAPS

Brainfuck-like

GAPS

Преимущества



А если система диссипативна?

Три барьера

Обратимость

Начинаются неприятности

Формализм

Традиционные алгебраические представления

Группоид

Использовались ли группоиды раньше?

Принципиальные недостатки комбинаторных алгебр

Чего не хватает в группоидах?

Композиционный группоид

General algebraic program structure (GAPS)

Пополнение программы до GAPS

Представление λ -исчисления в GAPS

Brainfuck-like

GAPS

Преимущества

Система, в которой ускорение трения задается формулой

$$\frac{d^2x}{dt^2} = \mathbf{if} \left| \frac{dx}{dt} \right| > 0 \mathbf{then} -a \frac{dx/dt}{|dx/dt|} \mathbf{else} 0 \mathbf{fi}$$

$a > 0$ — постоянная, дает группу гомотопий пространства $(t, x, dx/dt)$ как конуса над x .
Еще проще описать полугруппой, получаемой отождествлением всех точек фазового пространства, в которых система останавливается более чем за k секунд, от k до $k - 1$ и так далее до 0.



Полугруппа

Три барьера

Обратимость

Начинаются неприятности

Формализм

Традиционные алгебраические представления

Группоид

Использовались ли группоиды раньше?

Принципиальные недостатки комбинаторных алгебр

Чего не хватает в группоидах?

Композиционный группоид

General algebraic program structure (GAPS))

Пополнение программы до GAPS

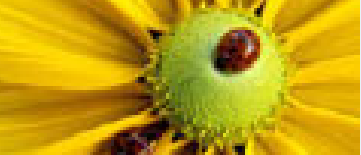
Представление λ -исчисления в GAPS

Brainfuck-like GAPS

Преимущества

Произведение $n \circ m$ — перейти к состояниям, получающимся через m секунд. Нильпотентная полугруппа с элементами $\{k, k - 1, \dots, 1, 0\}$ и правилом умножения

$$n \circ m = \text{if } n > m \text{ then } n - m \text{ else } 0 \text{ fi}$$



Полугруппа

Три барьера

Обратимость

Начинаются неприятности

Формализм

Традиционные алгебраические представления

Группоид

Использовались ли группоиды раньше?

Принципиальные недостатки комбинаторных алгебр

Чего не хватает в группоидах?

Композиционный группоид

General algebraic program structure (GAPS)

Пополнение программы до GAPS

Представление λ -исчисления в GAPS

Brainfuck-like GAPS

Преимущества

Произведение $n \circ m$ — перейти к состояниям, получающимся через m секунд. Нильпотентная полугруппа с элементами $\{k, k - 1, \dots, 1, 0\}$ и правилом умножения

$$n \circ m = \mathbf{if\ } n > m \mathbf{\ then\ } n - m \mathbf{\ else\ } 0 \mathbf{\ fi}$$

Если нас интересуют также области, в которых заканчивается процесс, то полугруппу легко модифицировать и на этот случай с помощью конструкции подпрямого произведения.



Algebra of fully invertible programs (AFIP))

Добавляем обращение:

$$x \circ (x \star M) = e \quad (x \star M) \circ x = e \quad (4)$$

Три барьера

Обратимость

Начинаются неприятности

Формализм

Традиционные алгебраические представления

Группоид

Использовались ли группоиды раньше?

Принципиальные недостатки комбинаторных алгебр

Чего не хватает в группоидах?

Композиционный группоид

General algebraic program structure (GAPS))

Пополнение программы до GAPS

Представление λ -исчисления в GAPS

Brainfuck-like GAPS

Преимущества



Algebra of fully invertible programs (AFIP))

Три барьера

Обратимость

Начинаются неприятности

Формализм

Традиционные алгебраические представления

Группоид

Использовались ли группоиды раньше?

Принципиальные недостатки комбинаторных алгебр

Чего не хватает в группоидах?

Композиционный группоид

General algebraic program structure (GAPS))

Пополнение программы до GAPS

Представление λ -исчисления в GAPS

Brainfuck-like GAPS

Преимущества

Добавляем обращение:

$$x \circ (x \star M) = e \quad (x \star M) \circ x = e \quad (4)$$

Тогда \circ задает группу, а M вычисляет обратный элемент.



Algebra of fully invertible programs (AFIP))

Добавляем обращение:

$$x \circ (x \star M) = e \quad (x \star M) \circ x = e \quad (4)$$

Тогда \circ задает группу, а M вычисляет обратный элемент.

Для «железячников»

Три барьера

Обратимость

Начинаются неприятности

Формализм

Традиционные алгебраические представления

Группоид

Использовались ли группоиды раньше?

Принципиальные недостатки комбинаторных алгебр

Чего не хватает в группоидах?

Композиционный группоид

General algebraic program structure (GAPS))

Пополнение программы до GAPS

Представление λ -исчисления в GAPS

Brainfuck-like GAPS

Преимущества



Algebra of fully invertible programs (AFIP))

Добавляем обращение:

$$x \circ (x \star M) = e \quad (x \star M) \circ x = e \quad (4)$$

Тогда \circ задает группу, а M вычисляет обратный элемент.

Для «железячников»

Группа представляет кристаллики, \star — их соединения.

Три барьера

Обратимость

Начинаются неприятности

Формализм

Традиционные алгебраические представления

Группоид

Использовались ли группоиды раньше?

Принципиальные недостатки комбинаторных алгебр

Чего не хватает в группоидах?

Композиционный группоид

General algebraic program structure (GAPS))

Пополнение программы до GAPS

Представление λ -исчисления в GAPS

Brainfuck-like GAPS

Преимущества



Доказательство обратимости действий

Три барьера

Обратимость

Начинаются неприятности

Формализм

Традиционные алгебраические представления

Группоид

Использовались ли группоиды раньше?

Принципиальные недостатки комбинаторных алгебр

Чего не хватает в группоидах?

Композиционный группоид

General algebraic program structure (GAPS)

Пополнение программы до GAPS

Представление λ -исчисления в GAPS

Brainfuck-like GAPS

Преимущества

Лемма. Отображение $\lambda x. (x \star f)$ биективно для любого f .

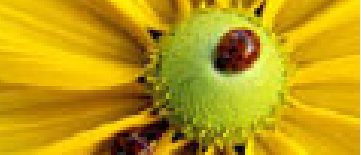
Доказательство.

Инъективность. Пусть $(x \star f) = (y \star f)$. Тогда

$$((x \star f) \star (f \star M)) = ((y \star f) \star (f \star M))$$

$$(x \star (f \circ (f \star M))) = ((y \star (f \circ (f \star M))))$$

$$(x \star e) = (y \star e) = x = y$$



Доказательство обратимости действий

Три барьера

Обратимость

Начинаются неприятности

Формализм

Традиционные алгебраические представления

Группоид

Использовались ли группоиды раньше?

Принципиальные недостатки комбинаторных алгебр

Чего не хватает в группоидах?

Композиционный группоид

General algebraic program structure (GAPS)

Пополнение программы до GAPS

Представление λ -исчисления в GAPS

Brainfuck-like GAPS

Преимущества

Сюръективность. Найдем для каждого x и f такое y , что $(y \star f) = x$.

$$((x \star f) \star (f \star M)) = ((y \star f) \star (f \star M))$$

$$((x \star (f \star M)) \star f) = (x \star ((f \star M) \circ f)) = (x \star e) = x.$$





Когда группа становится алгеброй

Три барьера

Обратимость

Начинаются неприятности

Формализм

Традиционные алгебраические представления

Группоид

Использовались ли группоиды раньше?

Принципиальные недостатки комбинаторных алгебр

Чего не хватает в группоидах?

Композиционный группоид

General algebraic program structure (GAPS)

Пополнение программы до GAPS

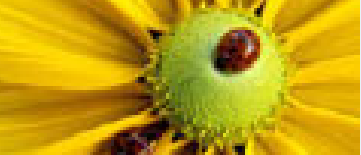
Представление λ -исчисления в GAPS

Brainfuck-like

GAPS

Преимущества

Пусть группа G не является группой порядка 2. Пусть G_0 — ее подгруппа, и не являющаяся группой порядка 2 (хотя она может содержать элементы порядка 2). Пусть X^\spadesuit замыкание множества X относительно групповых операций и многозначной частично-определенной операции извлечения корней нечетной степени из неединичных элементов внутри группы G . Существует алгебра AFIP G_0 такая, что для всех $f \in G_0$ $(x \star f) = (x \circ f)$ тогда и только тогда, когда есть элемент порядка 2, не входящий в G_0^\spadesuit , и не являющийся квадратом никакого элемента группы.



Примеры

Три барьера

Обратимость

Начинаются
неприятности

Формализм

Традиционные
алгебраические
представления

Группоид

Использовались
ли группоиды
раньше?

Принципиальные
недостатки
комбинаторных
алгебр

Чего не хватает в
группоидах?

Композиционный
группоид

General algebraic
program structure
(GAPS))

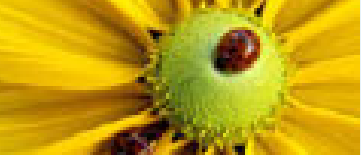
Пополнение
программы до
GAPS

Представление
 λ -исчисления в
GAPS

Brainfuck-like
GAPS

Преимущества

Группа \mathbb{Z}_4 не может быть пополнена до AFIP, поскольку из единственного элемента второго порядка 2 извлекается корень: $2 = 1 \circ 1$. По аналогичным причинам неполными \mathbb{R}^+ и \mathbb{R}^\times .



Примеры

Три барьера

Обратимость

Начинаются неприятности

Формализм

Традиционные алгебраические представления

Группоид

Использовались ли группоиды раньше?

Принципиальные недостатки комбинаторных алгебр

Чего не хватает в группоидах?

Композиционный группоид

General algebraic program structure (GAPS))

Пополнение программы до GAPS

Представление λ -исчисления в GAPS

Brainfuck-like GAPS

Преимущества

Группа \mathbb{Z}_4 не может быть пополнена до AFIP, поскольку из единственного элемента второго порядка 2 извлекается корень: $2 = 1 \circ 1$. По аналогичным причинам неполными \mathbb{R}^+ и \mathbb{R}^\times . А \mathbb{Z}_6 может быть пополнена:

$$\lambda x. (x \star 3) = \lambda x. (x \star 1) = \lambda x. (x \star 5) = \lambda x. x^{-1},$$

$$\lambda x. (x \star 0) = \lambda x. (x \star 2) = \lambda x. (x \star 4) = \lambda x. x.$$



Примеры

Три барьера

Обратимость

Начинаются неприятности

Формализм

Традиционные алгебраические представления

Группоид

Использовались ли группоиды раньше?

Принципиальные недостатки комбинаторных алгебр

Чего не хватает в группоидах?

Композиционный группоид

General algebraic program structure (GAPS))

Пополнение программы до GAPS

Представление λ -исчисления в GAPS

Brainfuck-like GAPS

Преимущества

Группа \mathbb{Z}_4 не может быть пополнена до AFIP, поскольку из единственного элемента второго порядка 2 извлекается корень: $2 = 1 \circ 1$. По аналогичным причинам непополнимы \mathbb{R}^+ и \mathbb{R}^\times .
А \mathbb{Z}_6 может быть пополнена:

$$\begin{aligned} \lambda x. (x \star 3) &= \lambda x. (x \star 1) = \lambda x. (x \star 5) = \lambda x. x^{-1}, \\ \lambda x. (x \star 0) &= \lambda x. (x \star 2) = \lambda x. (x \star 4) = \lambda x. x. \end{aligned}$$

Могут быть пополнены все группы \mathbb{Z}_{4n+2} и ТОЛЬКО ОНИ.



Пополнение произвольной группы

Три барьера

Обратимость

Начинаются неприятности

Формализм

Традиционные алгебраические представления

Группоид

Использовались ли группоиды раньше?

Принципиальные недостатки комбинаторных алгебр

Чего не хватает в группоидах?

Композиционный группоид

General algebraic program structure (GAPS))

Пополнение программы до GAPS

Представление λ -исчисления в GAPS

Brainfuck-like GAPS

Преимущества

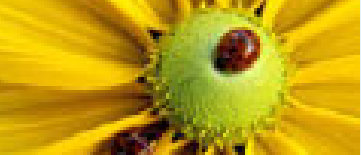
Превратим группу $\mathbb{Z}_2 \times \mathbb{G}$ в AFIP

Положим

$$\langle x, a \rangle \star \langle 0, b \rangle = \langle x, a \circ b \rangle \quad \langle x, a \rangle \star \langle 1, e \rangle = \langle x, a^{-1} \rangle .$$

Тогда имеем

$$\begin{aligned} \langle x, a \rangle \star \langle 1, b \rangle &= \langle x, a \rangle \star (\langle 1, e \rangle \circ \langle 0, b \rangle) = \\ ((\langle x, a \rangle \star \langle 1, e \rangle) \star \langle 0, b \rangle) &= \langle x, a^{-1} \rangle \star \langle 0, b \rangle = \\ & \langle x, a^{-1} \circ b \rangle . \quad (5) \end{aligned}$$



Представление условного оператора

Пусть G — исходная группа команд, H — группа значений альтернатив.

$\mathbb{Z}_2 \times G \times G \times H$ с операцией

$$\begin{aligned}
\langle z, a_1, b_1, c_1 \rangle \circ \langle 0, a_2, b_2, c_2 \rangle &= \\
\langle z, a_1 \circ a_2, b_1 \circ b_2, c_1 \circ c_2 \rangle & \\
\langle z, a_1, b_1, c_1 \rangle \circ \langle 1, a_2, b_2, c_2 \rangle &= \\
\langle z \oplus 1, a_1 \circ b_2, b_1 \circ a_2, c_1 \circ c_2 \rangle &
\end{aligned} \tag{6}$$

представляемая как $(G \times G) \rtimes (\mathbb{Z}_2 \times H)$.

Три барьера

Обратимость

Начинаются неприятности

Формализм

Традиционные алгебраические представления

Группоид

Использовались ли группоиды раньше?

Принципиальные недостатки комбинаторных алгебр

Чего не хватает в группоидах?

Композиционный группоид

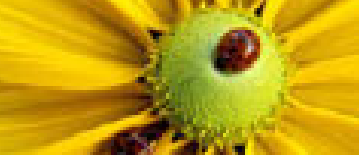
General algebraic program structure (GAPS))

Пополнение программы до GAPS

Представление λ -исчисления в GAPS

Brainfuck-like GAPS

Преимущества



Математические задачи

Три барьера

Обратимость

Начинаются
неприятности

Формализм

Традиционные
алгебраические
представления

Группоид

Использовались
ли группоиды
раньше?

Принципиальные
недостатки
комбинаторных
алгебр

Чего не хватает в
группоидах?

Композиционный
группоид

General algebraic
program structure
(GAPS))

Пополнение
программы до
GAPS

Представление
 λ -исчисления в
GAPS

Brainfuck-like
GAPS

Преимущества

Классификация конечных AFIP хотя бы над простейшими конечными группами.

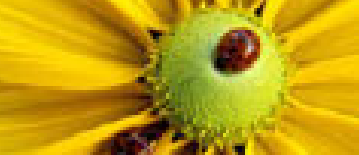
Методы декомпозиции AFIP.

Приближение бесконечных AFIP последовательностями конечных

(алгебраический аналог метода сеток)

Алгебраические структуры «почти обратимых» действий: в реальности каждая программа заканчивается необратимым действием чтения результатов.

Кроме того, система может быть обратимой на подпространствах с необратимым переключением в особых точках.



Логические задачи

Три барьера

Обратимость

Начинаются
неприятности

Формализм

Традиционные
алгебраические
представления

Группоид

Использовались
ли группоиды
раньше?

Принципиальные
недостатки
комбинаторных
алгебр

Чего не хватает в
группоидах?

Композиционный
группоид

General algebraic
program structure
(GAPS))

Пополнение
программы до
GAPS

Представление
 λ -исчисления в
GAPS

Brainfuck-like
GAPS

Преимущества

Исследование конструктивной
пропозициональной логики AFIP.

Основное семантическое понятие “элемент a
реализует формулу A ”

$$1. a \circledR A \Rightarrow B \triangleq \forall b \in G (b \circledR A \supset (b \star a) \circledR B).$$

Итак, a преобразует решения A в решения
 B .

$$2. a \circ b \circledR A \& B \triangleq a \circledR A \wedge b \circledR B. \text{ Решение } B$$

применяется к решению A .

$$3. a \circledR \sim A \triangleq a^{-1} \circledR A. a \text{ аннулирует решение } A$$

либо препятствует ему.



Алгебра полуобратимых программ

Рассмотрим полугруппу с правыми обратными

Три барьера

Обратимость

Начинаются неприятности

Формализм

Традиционные алгебраические представления

Группоид

Использовались ли группоиды раньше?

Принципиальные недостатки комбинаторных алгебр

Чего не хватает в группоидах?

Композиционный группоид

General algebraic program structure (GAPS))

Пополнение программы до GAPS

Представление λ -исчисления в GAPS

Brainfuck-like GAPS

Преимущества



Алгебра полуобратимых программ

Три барьера

Обратимость

Начинаются неприятности

Формализм

Традиционные алгебраические представления

Группоид
Использовались ли группоиды раньше?

Принципиальные недостатки комбинаторных алгебр

Чего не хватает в группоидах?

Композиционный группоид

General algebraic program structure (GAPS))

Пополнение программы до GAPS

Представление λ -исчисления в GAPS

Brainfuck-like GAPS

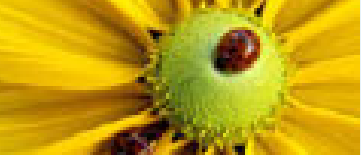
Преимущества

Рассмотрим полугруппу с правыми обратными

$$(0 \star x) = (x \star 0) = 0 \quad (7)$$

$$f \neq 0 \supset (f \star M) = f^{-1} \quad (8)$$

$$\forall x, f((x \star f) \neq 0 \supset (x \star (f \circ f^{-1})) = x \circ f \circ f^{-1}) \quad (9)$$



Алгебра полуобратимых программ

Рассмотрим полугруппу с правыми обратными

$$(0 \star x) = (x \star 0) = 0 \quad (7)$$

$$f \neq 0 \supset (f \star M) = f^{-1} \quad (8)$$

$$\forall x, f ((x \star f) \neq 0 \supset (x \star (f \circ f^{-1})) = x \circ f \circ f^{-1}) \quad (9)$$

Тогда все действия у нас полуобратимы (инъективны)

Три барьера

Обратимость

Начинаются неприятности

Формализм

Традиционные алгебраические представления

Группоид
Использовались ли группоиды раньше?

Принципиальные недостатки комбинаторных алгебр

Чего не хватает в группоидах?

Композиционный группоид

General algebraic program structure (GAPS)

Пополнение программы до GAPS

Представление λ -исчисления в GAPS

Brainfuck-like GAPS

Преимущества



Алгебра полуобратимых программ

Рассмотрим полугруппу с правыми обратными

$$(0 \star x) = (x \star 0) = 0 \quad (7)$$

$$f \neq 0 \supset (f \star M) = f^{-1} \quad (8)$$

$$\forall x, f ((x \star f) \neq 0 \supset (x \star (f \circ f^{-1})) = x \circ f \circ f^{-1}) \quad (9)$$

Тогда все действия у нас полуобратимы (инъективны) В такой алгебре 0 представляет ошибку, а делители нуля — программы, которые по отдельности работают, а в сборке — нет

Три барьера

Обратимость

Начинаются неприятности

Формализм

Традиционные алгебраические представления

Группоид
Использовались ли группоиды раньше?

Принципиальные недостатки комбинаторных алгебр

Чего не хватает в группоидах?

Композиционный группоид

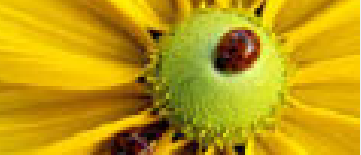
General algebraic program structure (GAPS)

Пополнение программы до GAPS

Представление λ -исчисления в GAPS

Brainfuck-like GAPS

Преимущества



Понятия из теории полугрупп

Три барьера

Обратимость

Начинаются
неприятности

Формализм

Традиционные
алгебраические
представления

Группоид

Использовались
ли группоиды
раньше?

Принципиальные
недостатки
комбинаторных
алгебр

Чего не хватает в
группоидах?

Композиционный
группоид

General algebraic
program structure
(GAPS))

Пополнение
программы до
GAPS

Представление
 λ -исчисления в
GAPS

Brainfuck-like
GAPS

Преимущества

Элементы a и b *взаимно обратны*, если $a \circ b \circ a = a$, $b \circ a \circ b = b$. Полугруппа *инверсная*, если у каждого ненулевого элемента есть единственный обратный. Тогда для обратного используется традиционное обозначение a^{-1} . Элемент a *полный*, если $a \circ a^{-1} = e$. Если $a \neq 0$, $b \neq 0$, $a \circ b = 0$, то a называется *левым делителем нуля*, b — *правым*. a — *делитель нуля*, если есть такие b и c , что $a \circ b \circ c = 0$.



Понятия из теории полугрупп 2

Три барьера

Обратимость

Начинаются
неприятности

Формализм

Традиционные
алгебраические
представления

Группоид

Использовались
ли группоиды
раньше?

Принципиальные
недостатки
комбинаторных
алгебр

Чего не хватает в
группоидах?

Композиционный
группоид

General algebraic
program structure
(GAPS))

Пополнение
программы до
GAPS

Представление
 λ -исчисления в
GAPS

Brainfuck-like
GAPS

Преимущества

Частичная функция — такая функция, что для некоторого ненулевого a $(a \star f) = 0$. В инверсной полугруппе a является ограничением b ($a \preceq b$), если $a \circ b^{-1} = a \circ a^{-1}$. a — частичная единица, если $a = b \circ b^{-1}$ для некоторого $b \neq 0$.



Результаты

Три барьера

Обратимость

Начинаются неприятности

Формализм

Традиционные алгебраические представления

Группоид

Использовались ли группоиды раньше?

Принципиальные недостатки комбинаторных алгебр

Чего не хватает в группоидах?

Композиционный группоид

General algebraic program structure (GAPS))

Пополнение программы до GAPS

Представление λ -исчисления в GAPS

Brainfuck-like GAPS

Преимущества

$$1. a \neq 0 \& a \preceq e \equiv a = a \circ a^{-1}.$$

$$2. a \neq 0 \& a \preceq e \equiv a = a^{-1} \circ a.$$

$$3. a \neq 0 \& a \preceq e \equiv \exists b a = b \circ b^{-1}.$$

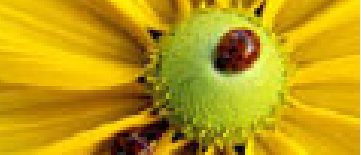
$$4. a \neq 0 \& a \preceq e \supset a = a^{-1}.$$

$$5. a \neq 0 \& a \preceq e \supset a^2 = a.$$

$$6. a \preceq b \supset a \circ c \preceq b \circ c.$$

$$7. a \preceq b \supset c \circ a \preceq c \circ b.$$

Этих результатов в литературе нет



Результаты 2

Три барьера

Обратимость

Начинаются неприятности

Формализм

Традиционные алгебраические представления

Группоид

Использовались ли группоиды раньше?

Принципиальные недостатки комбинаторных алгебр

Чего не хватает в группоидах?

Композиционный группоид

General algebraic program structure (GAPS)

Пополнение программы до GAPS

Представление λ -исчисления в GAPS

Brainfuck-like GAPS

Преимущества

$$1. a \preceq b \supset a^{-1} \preceq b^{-1}.$$

$$2. a \preceq b \equiv a \circ b^{-1} = a \circ a^{-1}.$$

$$3. a \preceq b \equiv a \circ b^{-1} \circ a = a.$$

$$4. a \preceq b \equiv a^{-1} \circ b \circ a^{-1} = a^{-1}.$$

5. $a \preceq b$ — отношение частичного порядка на полугруппе без 0.

6. Максимальные элементы по отношению $a \preceq b$ — полные элементы.

Эти результаты или эквивалентные им есть в литературе



Частичная инъективность

Три барьера

Обратимость

Начинаются
неприятности

Формализм

Традиционные
алгебраические
представления

Группоид

Использовались
ли группоиды
раньше?

Принципиальные
недостатки
комбинаторных
алгебр

Чего не хватает в
группоидах?

Композиционный
группоид

General algebraic
program structure
(GAPS))

Пополнение
программы до
GAPS

Представление
 λ -исчисления в
GAPS

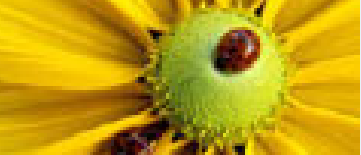
Brainfuck-like
GAPS

Преимущества

Лемма. Выполнено следующее свойство
относительной инъективности:

$$\forall a, b, f ((a \star f) = (b \star f) \equiv (a \star (f \circ f^{-1})) = (b \star (f \circ f^{-1}))).$$

Очевидно. \square



Частичная инъективность

Лемма. Выполнено следующее свойство относительной инъективности:

$$\forall a, b, f ((a \star f) = (b \star f) \equiv (a \star (f \circ f^{-1})) = (b \star (f \circ f^{-1}))).$$

Очевидно. \square

Полной инъективности ожидать нельзя. Пусть f определена лишь на натуральных числах, y совпадает с x на натуральных числах, но различается на отрицательных, хотя все функции инъективны. Тогда

$$(x \circ f) = (y \circ f) \& x \neq y.$$

Три барьера

Обратимость

Начинаются неприятности

Формализм

Традиционные алгебраические представления

Группоид

Использовались ли группоиды раньше?

Принципиальные недостатки комбинаторных алгебр

Чего не хватает в группоидах?

Композиционный группоид

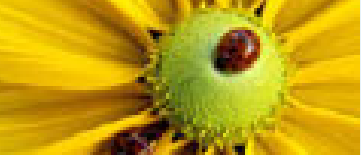
General algebraic program structure (GAPS)

Пополнение программы до GAPS

Представление λ -исчисления в GAPS

Brainfuck-like GAPS

Преимущества



Ещё результаты

Три барьера

Обратимость

Начинаются неприятности

Формализм

Традиционные алгебраические представления

Группоид

Использовались ли группоиды раньше?

Принципиальные недостатки комбинаторных алгебр

Чего не хватает в группоидах?

Композиционный группоид

General algebraic program structure (GAPS))

Пополнение программы до GAPS

Представление λ -исчисления в GAPS

Brainfuck-like GAPS

Преимущества

Лемма.

$$\forall x, f ((x \star f) = 0 \equiv x \circ f = 0).$$

Доказательство. Пусть $(x \star f) = 0, f \neq 0$. Тогда

$$0 = (0 \star f^{-1}) = ((x \star f) \star f^{-1}) = ((x \star (f \circ f^{-1})) = x \circ f \circ f^{-1} =$$

Повторяя эту последовательность преобразований в обратную сторону, получаем вторую часть доказываемой эквивалентности. \square



Ещё результаты

Три барьера

Обратимость

Начинаются
неприятности

Формализм

Традиционные
алгебраические
представления

Группоид

Использовались
ли группоиды
раньше?

Принципиальные
недостатки
комбинаторных
алгебр

Чего не хватает в
группоидах?

Композиционный
группоид

General algebraic
program structure
(GAPS))

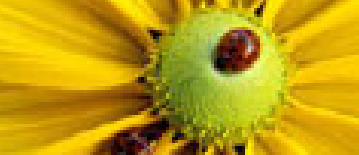
Пополнение
программы до
GAPS

Представление
 λ -исчисления в
GAPS

Brainfuck-like
GAPS

Преимущества

Лемма. Каждая инверсная полугруппа с нулем, единицей и хотя бы одним элементом второго порядка, может быть продолжена до APIP.



Ещё результаты

Три барьера

Обратимость

Начинаются
неприятности

Формализм

Традиционные
алгебраические
представления

Группоид

Использовались
ли группоиды
раньше?

Принципиальные
недостатки
комбинаторных
алгебр

Чего не хватает в
группоидах?

Композиционный
группоид

General algebraic
program structure
(GAPS))

Пополнение
программы до
GAPS

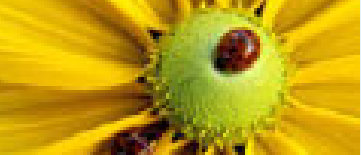
Представление
 λ -исчисления в
GAPS

Brainfuck-like
GAPS

Преимущества

Лемма. Каждая инверсная полугруппа с нулем, единицей и хотя бы одним элементом второго порядка, может быть продолжена до APIP.

Лемма. Пусть G_0 — подмоноид инверсной полугруппы с нулем \mathbb{G} , не совпадающий с ней самой и с $\{0, e\}$ и в $G \setminus G_0$ есть хотя бы один элемент второго порядка. Тогда его можно продолжить до APIP \mathbb{G}_0 , такой, что для всех $f \in G_0$ $(x \star f) = (x \circ f)$.



Полупрямое произведение

Три барьера

Обратимость

Начинаются
неприятности

Формализм

Традиционные
алгебраические
представления

Группоид

Использовались
ли группоиды
раньше?

Принципиальные
недостатки
комбинаторных
алгебр

Чего не хватает в
группоидах?

Композиционный
группоид

General algebraic
program structure
(GAPS))

Пополнение
программы до
GAPS

Представление
 λ -исчисления в
GAPS

Brainfuck-like
GAPS

Преимущества

В программах обычно целесообразно выделять команды и данные. Этим условиям удовлетворяет конструкция полупрямого произведения, известная для групп и обобщаемая здесь на полугруппы и программные алгебры.



Полупрямое произведение

Три барьера

Обратимость

Начинаются
неприятности

Формализм

Традиционные
алгебраические
представления

Группоид

Использовались
ли группоиды
раньше?

Принципиальные
недостатки
комбинаторных
алгебр

Чего не хватает в
группоидах?

Композиционный
группоид

General algebraic
program structure
(GAPS))

Пополнение
программы до
GAPS

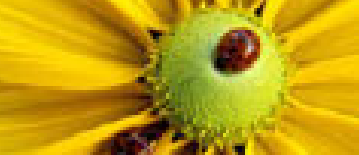
Представление
 λ -исчисления в
GAPS

Brainfuck-like
GAPS

Преимущества

В программах обычно целесообразно выделять команды и данные. Этим условиям удовлетворяет конструкция полупрямого произведения, известная для групп и обобщаемая здесь на полугруппы и программные алгебры.

Полупрямое произведение полугруппы команд C и полугруппы данных D есть полугруппа $C \times D$, носитель которой $C \times D$, а операция умножения определяется следующим образом.



Полупрямое произведение

Три барьера

Обратимость

Начинаются неприятности

Формализм

Традиционные алгебраические представления

Группоид

Использовались ли группоиды раньше?

Принципиальные недостатки комбинаторных алгебр

Чего не хватает в группоидах?

Композиционный группоид

General algebraic program structure (GAPS)

Пополнение программы до GAPS

Представление λ -исчисления в GAPS

Brainfuck-like GAPS

Преимущества

Задан гомоморфизм $\varphi : \mathbf{C} \rightarrow \text{Hom}(\mathbf{D}, \mathbf{D})$
полугруппы команд в полугруппу гомоморфизмов полугруппы данных.

$$\langle c_1, d_1 \rangle \circ \langle c_2, d_2 \rangle = \langle c_1 \circ c_2, d_1 \circ (d_2 (c_2 \varphi)) \rangle .$$

Полупрямое произведение программных алгебр \mathbf{C} и \mathbf{D} определяется аналогично с дополнительным условием на \star :

$$\langle c_1, d_1 \rangle \star \langle c_2, d_2 \rangle = \langle c_1 \star c_2, d_1 \star (d_2 (c_2 \varphi)) \rangle .$$



Алгебра завершающихся программ (ANP)

Три барьера

Обратимость

Начинаются неприятности

Формализм

Традиционные алгебраические представления

Группоид

Использовались ли группоиды раньше?

Принципиальные недостатки комбинаторных алгебр

Чего не хватает в группоидах?

Композиционный группоид

General algebraic program structure (GAPS))

Пополнение программы до GAPS

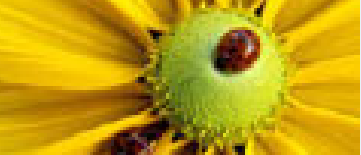
Представление λ -исчисления в GAPS

Brainfuck-like GAPS

Преимущества

Пусть \mathbb{G} строго нильпотентная полугруппа, т. е. такая, что для любой последовательности a_i существует n , при котором

$$\prod_{i=1}^n a_i = 0.$$



Алгебра завершающихся программ (ANP)

Три барьера

Обратимость

Начинаются неприятности

Формализм

Традиционные алгебраические представления

Группоид

Использовались ли группоиды раньше?

Принципиальные недостатки комбинаторных алгебр

Чего не хватает в группоидах?

Композиционный группоид

General algebraic program structure (GAPS))

Пополнение программы до GAPS

Представление λ -исчисления в GAPS

Brainfuck-like GAPS

Преимущества

Пусть \mathbb{G} строго нильпотентная полугруппа, т. е. такая, что для любой последовательности a_i существует n , при котором

$$\prod_{i=1}^n a_i = 0.$$

Тогда все последовательности действий также ведут к 0 и любой процесс заканчивается за конечное число шагов



Были ли алгебры программ раньше?

Начиная с 60-х годов. Маурер и Глушков. Эти два направления развиваются и до сих пор.

Три барьера

Обратимость

Начинаются неприятности

Формализм

Традиционные алгебраические представления

Группоид

Использовались ли группоиды раньше?

Принципиальные недостатки комбинаторных алгебр

Чего не хватает в группоидах?

Композиционный группоид

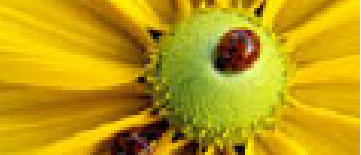
General algebraic program structure (GAPS))

Пополнение программы до GAPS

Представление λ -исчисления в GAPS

Brainfuck-like GAPS

Преимущества



Были ли алгебры программ раньше?

Три барьера

Обратимость

Начинаются неприятности

Формализм

Традиционные алгебраические представления

Группоид

Использовались ли группоиды раньше?

Принципиальные недостатки комбинаторных алгебр

Чего не хватает в группоидах?

Композиционный группоид

General algebraic program structure (GAPS))

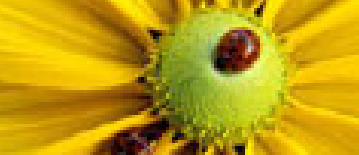
Пополнение программы до GAPS

Представление λ -исчисления в GAPS

Brainfuck-like GAPS

Преимущества

Начиная с 60-х годов. Маурер и Глушков. Эти два направления развиваются и до сих пор. Но все алгебры в качестве примитивов рассматривали алгебраические образы операторов языка программирования (как минимум, условного и цикла). У нас ортогональная система: программы классифицируем по свойствам, а не по операторам.



Публикации

Три барьера

Обратимость

Начинаются
неприятности

Формализм

Традиционные
алгебраические
представления

Группоид

Использовались
ли группоиды
раньше?

Принципиальные
недостатки
комбинаторных
алгебр

Чего не хватает в
группоидах?

Композиционный
группоид

General algebraic
program structure
(GAPS))

Пополнение
программы до
GAPS

Представление
 λ -исчисления в
GAPS

Brainfuck-like
GAPS

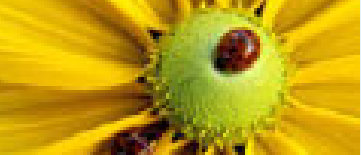
Преимущества

Непейвода Н.Н.: Уроки конструктивизма.
Geidelberg: Lambert Academic Publishing, 98 pp.
(2011)

Непейвода Н.Н.: Реверсивные конструктивные
логики. Логические исследования, 15, 150–168
(2009)

Непейвода А. Н.: О сюръективной импликации в
реверсивной логике. VI Смирновские чтения по
логике (2009)

Непейвода А. Н. Элементы реверсивных
вычислений Управление большими системами
труды VI всероссийской школы-семинара
молодых ученых, Ижевск (2009)



Публикации

Три барьера

Обратимость

Начинаются
неприятности

Формализм

Традиционные
алгебраические
представления

Группоид

Использовались
ли группоиды
раньше?

Принципиальные
недостатки
комбинаторных
алгебр

Чего не хватает в
группоидах?

Композиционный
группоид

General algebraic
program structure
(GAPS))

Пополнение
программы до
GAPS

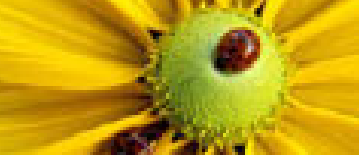
Представление
 λ -исчисления в
GAPS

Brainfuck-like
GAPS

Преимущества

Непейвода А. Н.: О реверсивной альтернативе традиционным вычислениям. Трёхмерная визуализация научной, технической и социальной реальности. Технологии высокополигонального моделирования : труды Второй междунар. конф., Ижевск (2010).

Непейвода А. Н.: Функциональное программирование над группой. Системный анализ и семиотическое моделирование: труды первой всероссийской конференции, 2011, Казань (2011)



Публикации

Три барьера

Обратимость

Начинаются
неприятности

Формализм

Традиционные
алгебраические
представления

Группоид

Использовались
ли группоиды
раньше?

Принципиальные
недостатки
комбинаторных
алгебр

Чего не хватает в
группоидах?

Композиционный
группоид

General algebraic
program structure
(GAPS))

Пополнение
программы до
GAPS

Представление
 λ -исчисления в
GAPS

Brainfuck-like
GAPS

Преимущества

Непейвода Н. Н. Reversivity, reversibility and retractability. Third Int. Workshop on Metacomputation. Pereslavl, 2012, pp 203–227.

Непейвода Н. Н. От численного моделирования к алгебраическому PACO'2012 т. 1 М.: 2012 стр. 93–103.

Непейвода А. Н. Реверсивные вычисления: обзор мирового опыта PACO'2012 т. 2 М.: 2012 ISBN стр. 129–142.

Непейвода Н. Н. Абстрактные алгебры различных классов программ. Аппликативные Вычислительные Системы 3-я международная конференция ABC 2012 Москва, С. 103–128.