Расслоения

Hoffmann-Singlton

J. Seidel

$\mathbb{P}^3(\mathbb{F}_2) = \mathbb{F}^4 \setminus \{0\}$

$\{(x_1 : x_2 : x_3 : x_4)\}$ $\quad \#(P) = 15$

$\#(L) = 35$

$V = P \cup L$ — множество прямых в $\mathbb{P}^3$

1. $p_1, p_2 \in P$ не смежные
2. $(p, \ell) \in E \iff p \in \ell$
3. $(\ell_1, \ell_2) \in E \iff t_1 \cap t_2 = \varnothing$

$\#(M) = 7$ в нём все тройки $\#(T) = 35$

$L \underset{\text{блекция}}{\longleftrightarrow} MT \iff [\ell_1 \cap \ell_2 \neq \varnothing \iff t_1 \cap t_2 = \{*\}]$

1) $\mathbb{P}^2(\mathbb{F}_2)$

2) Вложение K_7 в T^2 (тор)

Разноцветный периодический паркет из 7 цветов

42 пары паркетин

диагр. Воронова

$\mathbb{Z}^2$-периодическая раскр. плоскости в 7 цветов

3) Полиэдр Часара

$B = 7$

$P = 21$

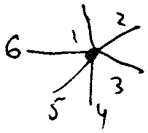
$\Gamma = 14$

Выбираем из них 14 треуг.

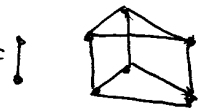
Этот многогр. тополог. тор.

14 троек из 7 точек

$C_7^3 = 35$ - число треуг.



1	2	3
1	3	4
1	4	5
1	5	6
1	6	7
1	7	2

$G_2 =$ 

$G_1 =$

Прямое произв. графов

$G_1 = (V_1, E_1)$

$G_2 = (V_2, E_2)$

$G_1 \times G_2 = (V_1 \times V_2, (u_1, u_2) \sim (v_1, v_2))$

$\iff u_1 = v_1, u_2 \overset{\text{смежно}}{\sim} v_2$

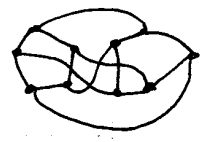
или $u_1 \sim v_1, u_2 = v_2 \}$

Валентность $= \dim G$

Рассл. E с базой B и слоем F

E получ. из B так: $\forall v \in V(B)$ замен. на экземпляр графа F. Если (v_1, v_2) - ребро B, то в E подграфы F_1 и F_2 соединены рёбрами по нек. вз. однозн. соотв.

Пример (1) $P_{10} \xrightarrow{C_5} K_2$



(2) $HS_{50} \xrightarrow{C_5} K_{5,5}$

Прообраз $p^{-1}(\bullet\!\!-\!\!\bullet) \cong P_{10}$

B, F, C связность

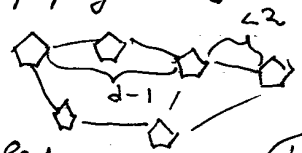
$B, F, p^{-1}(\bullet\!\!-\!\!\bullet) \cong C$

Расслоения и графы малого диаметра.

E - рассл. Петерсена

$\downarrow$ $F = C_5$, связн. - P_{10} $\quad \operatorname{diam}(E) \leq d+1$

B - граф диам. d



Проблема графов мал. диаметра

Для данных k и d найти граф с max n.

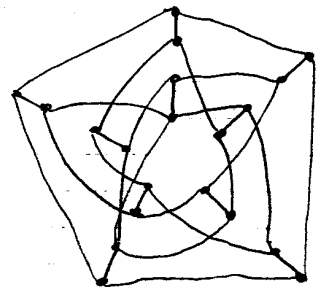
k - вал.

n - число верш.

d - диаметр

$d = 2 \quad n = 32$

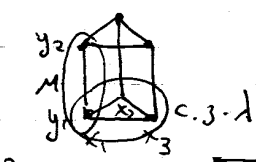
$k = 6$



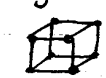
$\mathbb{F}_4$ - слой

C_5 - база

Предл. $Sp(G_1 \times G_2) = Sp(G_1) + Sp(G_2)$



K_2 $\bullet\!\!-\!\!\bullet$ $\{-1, 1\}$ $\quad K_2 \times K_2$ $\{-2, 0^2, 2\}$

$K_2 \times K_2 \times K_2$  $\{-3, -1^3, 1^3, 3\}$

Теорема $E \xrightarrow{C_5} B$ - рассл. Петерсена

$Sp(E) = (Sp(B) + 2) \cup \cup \{\lambda, -1-\lambda\}$

Спектры гр. Мура:

k	
3	$(-2^4, 1^5, 3)$
7	$(-3^{21}, 2^{28}, 7)$
57	$(-8^{1520}, 7^{1729}, 57)$

$K_{5,5}$ $\{-5, 0^8, 5\}$