Лемма Значение инв. $v \in V_n$ на узле $k \in K_n$ полностью опред. его хорд. диаг. $\chi(k)$.

$$K_n \xrightarrow{v} \mathbb{C}$$

$\chi \searrow D_n \nearrow w(v)$ — весовая система (символ инв. v)

D_n — мн-во всех х. д. порядка n

$v \in V_n$ $\quad f_1, f_2 : S^1 \to \mathbb{R}^3$ — узлы с n дв. т. и одинаков. х. д. $\chi(f_1) = \chi(f_2)$

Деформ. f_1, f_2 т. ч. дв. точки совпадут в соответствии с хордовой диаграммой. $f_1^{ij} \sim f_2^{ij}$ дуга соед. i-ю т. с j-й т.

Дер. $f_1 \to f_2$ с $(n+1)$ дв. т.

$$0 \to V_{n-1} \to \underbrace{V_n \to D_n^*}_{v \mapsto w(v)} \cancel{\to 0}$$

ест. влож.

$\mathcal{F}(D_n)$ — лин. пр-во ф-ций на D_n

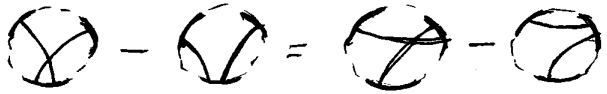
$V_n \to D^*$ — не явл. эпиморф.

Не любая ф. на D_n происх. из инв. Вас. пор. n.

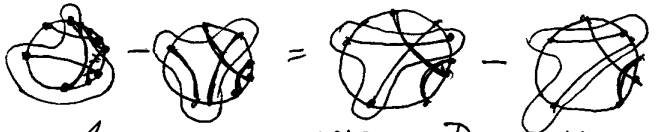
Теорема 1 Любая весовая система $w = w(v)$ удовл. тождествам (В. В.) (1) 1-членное соотнош.

$w($ $) = 0$

(2) 4-членное соотнош.



(знач. w на таких картинках)



A_n — лин. пр. порожд. D_n и профакториз. по подпростр. порожд. всеми 1-гл. и 4-гл. соотнош.

$\{x$ $+ y$ $\} / \{x$ $\}$ $\qquad A_2 \cong \mathbb{C}$

$$0 \to V_{n-1} \to V_n \xrightarrow{\sigma} A_n^*$$

Теор. 1, 2 (В. В. / М. К.) $\cancel{\sigma}$ $\quad \operatorname{Im} \sigma = A_n^*$

Указ.: (в терминах пар дв. точек на диагр. узла, которые перемежаются при обходе узла)

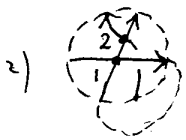
Задача 1 Описать A_3.

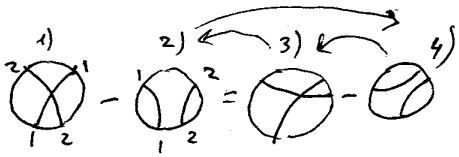
Задача 2 Найти $v \in V_2$, $v \neq const$.

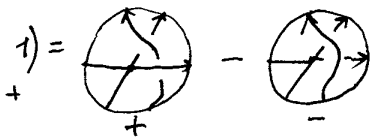
Продолжение

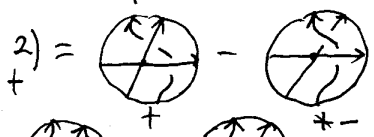
Д-во четырёхчл. соотнош.:

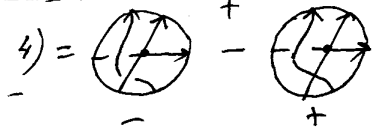
Изотопией приведём узел к виду











D_n $\quad D_1 = \{$ $\}$

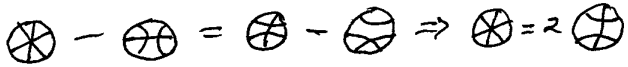
$D_2 = \{$, $\}$

$D_3 = \{$, , , , $\}$

$A_1 = 0$

$A_2 = \langle$ $\rangle$

$A_3 = \langle$ $\rangle$



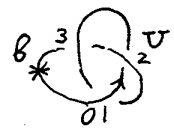
Т. Васильева – Концевича $\qquad V_n / V_{n-1} \cong A_n^*$

без д-ва.

Простейший инв. Васильева v_2

Опр. $v \in V_2$ $\quad v_2($ $) = 0$, $\quad v_2($ $) = 1$ (или -1)

Констр. 1 (Концевич?, Ле?, М. Поляк?)



overpass
underpass

$v_2(k) = \sum \varepsilon_i \varepsilon_j$ — знак двойной точки

(i,j)-перемеж.

U — снизу $UOOU$

O — сверху

1212 OUUO	2121	1313	3131	3232
2323 UOOU	UUOO	UUOO	OOUU	OOUU

$\varepsilon = 1$ $\varepsilon = -1$ local writhe