Лемма Значение инв. $v \in V_n$ на узле $k \in K_n$ полностью опред. его хорд. диаг. $\chi(k)$.

$K_n \xrightarrow{v} \mathbb{C}$

$\chi \searrow \nearrow w(v)$ — весовая система (символ инв. v)

D_n — мн-во всех х. д. порядка n

$v \in V_n$ $f_1, f_2 : S^1 \to \mathbb{R}^3$ — узлы с n дв. т. и одинаков. х. д. $\chi(f_1) = \chi(f_2)$

Деформ. f_1, f_2 т. о. дв. точки совпадут в соответствии с хордовой диаграммой. $f_1^{ij} \sim f_2^{ij}$ дуга соед. i-ю т. с j-й т.

Деф. $f_1 \to f_2$ с $(n+1)$ дв. т.

$$0 \to V_{n+1} \to V_n \to D_n^* \to 0$$

$v \mapsto w(v)$

$\mathcal{F}(D_n)$ — мн. пр-во ф-ций на D_n

ест. вложение

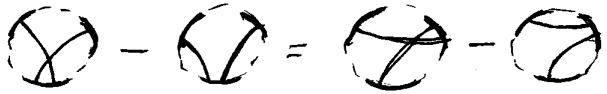
$V_n \to D^*$ — не явл. эпиморф.

Не любая ф. на D_n происх. из инв. Вас. пор. n.

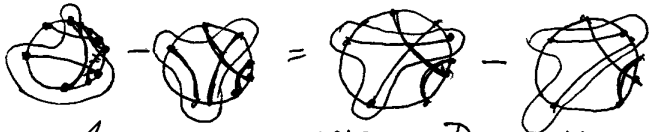
Теорема 1 Любая весовая система $w = w(v)$ удовл. тождествам (В. В.) (1) 1-членное соотнош.

$w\left(\text{ }\right) = 0$

(2) 4-членное соотнош.



(знач. w на таких картинках)



$\mathcal{A}_n$ — мн. пр. порожд. D_n и профактор. по подпростр. порожд. всеми 1-ч. и 4-ч. соотнош.

$\{ x \ominus + y \oplus \} / \{ x \ominus \}$ $\quad \mathcal{A}_2 \cong \mathbb{C}$

$0 \to V_{n-1} \to V_n \xrightarrow{\delta} \mathcal{A}_n^*$

Теор. 1, 2 (В. В.) (М. К.) $\Leftrightarrow$ $\operatorname{Im}\delta = \mathcal{A}_n^*$

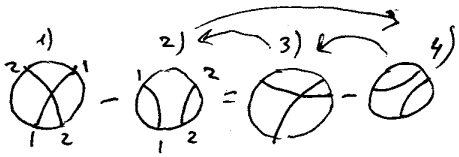
Задача 1 Описать $\mathcal{A}_3$.

Задача 2 Найти $v \in V_2$, $v \neq \text{const}$.

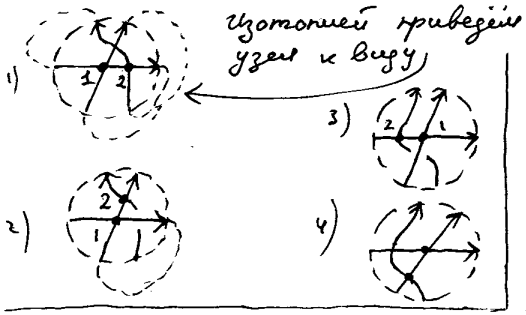
Указ.: (в терминах хор дв. точек на диагр. узла, которые переместляются при обходе узла)

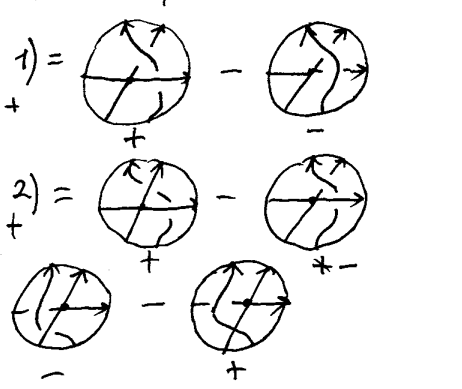
Продолжение

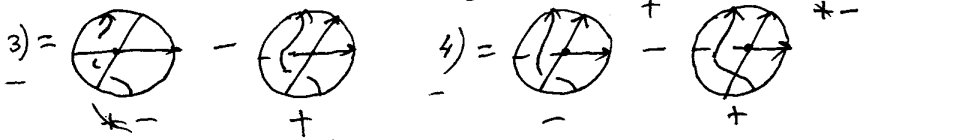
Д-во четырёхч. соотнош.:



Изотопией приведём узлы к виду

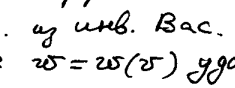






D_n $\quad D_1 = \{ \ominus \}$

$D_2 = \{ \ominus, \oplus \}$

$D_3 = \{$  $\}$

$\mathcal{A}_1 = 0$

$\mathcal{A}_2 = \langle \otimes \rangle$

$\mathcal{A}_3 = \langle \circledast \rangle$

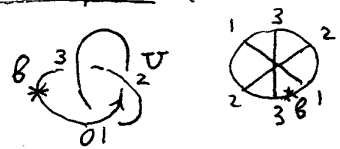
Т. Васильева – Концевича $\quad V_n / V_{n-1} \cong \mathcal{A}_n^*$

без д-ва.

Простейший инв. Васильева v_2

Опр. $v \in V_2$ $\quad v_2(\bigcirc) = 0$, $v_2\left(\text{}\right) = 1$ (мин – 1)

Констр. 1 (Концевич?, Ле?, М. Полак?)



overpass
underpass

$v_2(k) = \sum \varepsilon_i \varepsilon_j$ — знак двойной точки

(i,j)-перемеж.

U – снизу
O – сверху

1212 OUUO	2121	1313	3131	3232
2323 UOOU	UUOO	UUOO	OOUU	OOUU

$\varepsilon = 1$ $\quad \varepsilon = -1$ local writhe