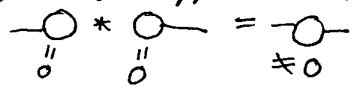
Утв. 2 Не зависит от выбора ребра.

В $P(\mathcal{B})$ нельзя корректно опред. умножс.



Проблема $b \in \mathcal{B}$ нечет. числа 1-вал. вершин $\Rightarrow b=0$?

Теор. Экв. 1) Сущ. $b \neq 0$, $b \in \mathcal{B}$ с нечет. числом 1-в.

2) Сущ. узел, не экв. своему обратному, но все инв. $\mathcal{B}$. принимают на них равные знач.

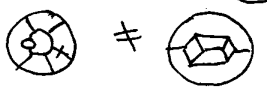
$f_1, f_2 \in P(\mathcal{F})$ $\quad f_1 * f_2 = \widetilde{f_1} \cdot f_2 \in P(\mathcal{F})$

$\widetilde{f_1} \in \Gamma$ – соотв. f_1. $\quad \Gamma\ P(\mathcal{F})$

Утв. 3 Операция $*$ превр. $P(\mathcal{F})$ в ассоц. алг.

$S(P(\mathcal{F})) = \mathcal{F}$

Утв. 4



$\neq$ в $\mathcal{F}$.

$\mu : \mathfrak{g} \otimes \mathfrak{g} \to \mathfrak{g}$ – умн. в $\mathfrak{g}$

$\mu \in \mathfrak{g}^* \otimes \mathfrak{g}^* \otimes \mathfrak{g} \cong \mathrm{Hom}(\mathfrak{g} \otimes \mathfrak{g}, \mathfrak{g})$

Опр. Метриз. алг. Ли – задана невырожд. симметр. ad-инв. бил. форма $\Phi : \mathfrak{g} \otimes \mathfrak{g} \to F$

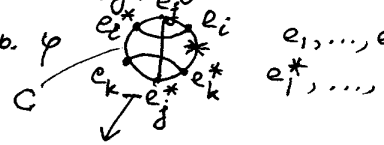
На полупростых алгебрах Ли есть метрика Киллинга.

Для метр. алгебр. Ли $\Phi(x,y) = \mathrm{tr}(xy) \sim K$

$\mathfrak{gl}_n = \mathfrak{sl}_n \oplus F$ – метриз.

$\varphi : A \to U(\mathfrak{g})$ – универ. обёрт. алг.

Констр. φ



$e_1, \dots, e_n$ – лин. базис $\mathfrak{g}$

$e_1^*, \dots, e_n^*$ – двойств. в смсл метрики Φ

$$\sum_{i,j,k} e_i e_j e_i^* e_k e_j^* e_k^* \in U(\mathfrak{g})$$

Утв. 5 1) $\varphi(c)$ не зав. от выбора точки $*$

2) — // — не зав. от выбора $e_1, \dots, e_n$

3) φ удовл. 4-м соотнош.

4) φ – гомом. алгебр.

5) $\mathrm{Im}\varphi \subset Z(U(\mathfrak{g}))$ – центр

Теорема Харин-Чандра: $Z \cong$ алг. мн. от кон. числа элементов.

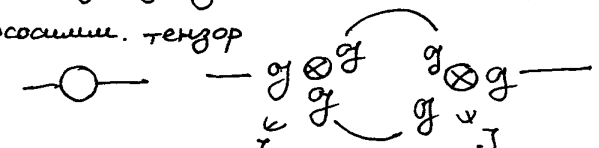
Конструкция Ψ

$\mu \in \mathfrak{g}^* \otimes \mathfrak{g}^* \otimes \mathfrak{g}$

$\downarrow$ $\quad \wr\downarrow$ изом. по Φ

$J \in \mathfrak{g} \otimes \mathfrak{g} \otimes \mathfrak{g}$ – структ. тензор

J – кососимм. тензор



Корректно в смсл AS, т.к. J – кососимм.

$\bigotimes \mathfrak{g}$ (полуребра в 3-вал. верш.)

$\bigotimes_{\text{верш.}} (\mathfrak{g} \otimes \mathfrak{g} \otimes \mathfrak{g}) \ni J^{\otimes \text{числа вершин}}$

$\bigotimes_{\text{рёбра}} \boxed{\mathfrak{g} \otimes \mathfrak{g}} \otimes \bigotimes_{\text{1-вал.}} \mathfrak{g}$ $\quad \Phi : \mathfrak{g} \otimes \mathfrak{g} \to F$ свёртка

Останется $\Psi(b) \in \bigotimes_{\text{1-вал. верш.}} \mathfrak{g}$ – попадает в симм. часть $S(\mathfrak{g})$

Утв. 6 (1)

(2) Ψ удовл. AS, IHX.

Утв. 7

$$\begin{array}{ccc} A & \longleftarrow & \mathcal{B} \\ \varphi \downarrow & & \downarrow \Psi \\ U(\mathfrak{g}) & \xleftarrow{\text{PBW}} & S(\mathfrak{g}) \end{array}$$

PBW $\quad x_1 x_2 \dots x_k \mapsto \sum \frac{1}{k!} x_{\sigma(1)} x_{\sigma(2)} \dots$

Диаграмма коммутативна.

Продолжение.

$$\begin{array}{ccc} B & \to & A \\ \Psi \downarrow & & \downarrow \varphi \\ S(\mathfrak{g}) & \to & U(\mathfrak{g}) \end{array}$$

$\varphi : A \to U(\mathfrak{g})$

1. не зав. от $*$ нач. точки
2. — // — от e_i, e_i^*
3. 4Т соотнош.
4. гомом.
5. $Z \subset U(\mathfrak{g})$

$\mathfrak{g} \times \mathfrak{g} \to \mathfrak{g}$

$[e_i, e_j] = \sum_k c_{ij}^k e_k$

Метрика $\Phi : \mathfrak{g} \times \mathfrak{g} \to \mathbb{C}$, $\Phi([x,y],z) + \Phi(y,[x,z]) = 0$

$\Phi(\sum c_{ij}^l e_l, e_k) + \Phi(e_j, \sum c_{ik}^l e_l) = 0$

Если $e_1, \dots, e_n$ – ортонорм. отн. Φ, то $c_{ij}^k + c_{ik}^j = 0$