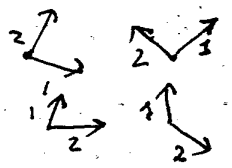
Ориентация по Концевичу – ориент. вещ. мин. пр. $\mathbb{R}^{E(\Gamma)} \oplus H^1(\Gamma, \mathbb{R})$. V

Ориентация вещ. мин. пр. V – один из двух классов упоряд. базисов, где $(e_1, \dots, e_n) \sim (e'_1, \dots, e'_n) \iff$ опр. матр. перехода > 0



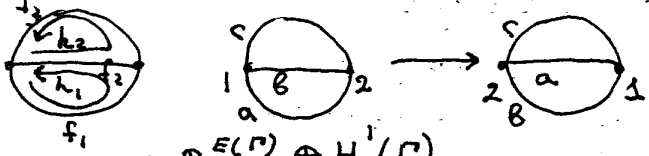
$GL(n, \mathbb{R})$

$B(V)$

Можно задать при помощи базиса $f_1, \dots, f_m, h_1, \dots, h_n$.

Нумерация рёбер $\to$ базис в $\mathbb{R}^{E(\Gamma)}$

Упоряд. набор незав. ориент. циклов $\to$ базис в H^1



$\mathbb{R}^3 \xrightarrow{f_1, f_2, f_3} \mathbb{R}^{E(\Gamma)} \oplus H^1(\Gamma) \xleftarrow{h_1, h_2} \mathbb{R}^2$

Автом.: $1 \mapsto 2$, $2 \mapsto 1$, $a \mapsto в$, $в \mapsto a$, $c \mapsto c$

$\begin{pmatrix} 0&1&0 \\ 1&0&0 \\ 0&0&1 \end{pmatrix}$ $\mathbb{R}^{E(\Gamma)}$

$\begin{pmatrix} 1&-1 \\ 0&-1 \end{pmatrix}$ $H^1(\Gamma)$

$\det = 1$

$Aut(\ominus) = S_3 \times \mathbb{Z}_2$

Упр.: $\forall$ из 3 образующих действует тожд. на Or_Γ

$or \mapsto -or$ переход к другому в мн-ве Or_Γ

Если $\exists \varphi \in Aut(\Gamma)$ действ. в Or_Γ нетривиально

$[Aut(\Gamma) \to Perm(Or_\Gamma)]$,

отобр. "на"

то $(\Gamma, or) = 0$ в $G_k^{(n)}$.

$(\Gamma, or) \xrightarrow{\varphi} (\Gamma, -or)$

изоморфны как ориент. объекты

$(\Gamma, -or) = -(\Gamma, or)$

Из Упр. следует, что $\ominus \neq 0$, т.к. образующие Aut действует трив., и на 0 нельзя напустить соотношение.

$S_4 \times \mathbb{Z}_2$ $\begin{pmatrix} 1&&\\&1&\\&&1 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} -1&&\\&-1&\\&&-1 \end{pmatrix}$ $\Rightarrow \ominus = 0$

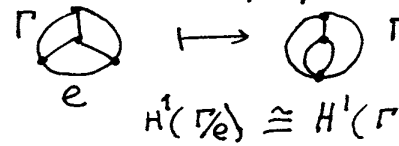
$\mathbb{R}^{E(\Gamma)}$ $\oplus H^1(\Gamma)$

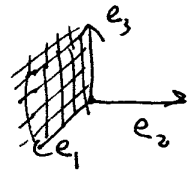
пятно

$\partial: G_k^{(n)} \to G_{k-1}^{(n)}$

$\partial(\Gamma, or) = \sum_{e \in E(\Gamma)} (\Gamma/e$, индуц. ориент.$)$

Γ/e стягивание ребра





$H^1(\Gamma/e) \cong H^1(\Gamma)$

$e_1, \dots, e_n$ $(-1)^{i+1} e_1, \dots, \hat{e_i}, \dots, e_n$

$\partial^2(\Gamma, or) = \sum_{e_1, e_2 \in E(\Gamma)} [(\Gamma/e_1/e_2,$ инд. ор.$) + (\Gamma/e_2/e_1,$ инд. ор. $-2)]$

-1

$1, 2, \dots, m$ $\xrightarrow{\text{сокр. } i}$ $(-1)^{i+1} 1, \dots, \hat{i}, \dots, m$ $\xrightarrow{\text{сокр. } j}$ $(-1)^{i+j+1} 1 \dots \hat{i} \dots \hat{j} \dots m$

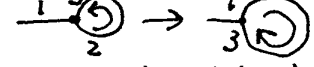
$\downarrow$ сокр. i

$(-1)^{j+1} 1 \dots \hat{j} \dots m$

$\downarrow$ сокр. i

$(-1)^{i+j} 1, \dots, \hat{i}, \dots, \hat{j}, \dots, m$

Граф с петлёй $= 0$



$\exists \varphi \in Aut(\Gamma)$, $\varphi^*(or) = -or$

$G_1^{(n)} = 0 \quad \forall n \geq 1$ $G_2^{(n)} = 0$ для n нечётных

$G^{(2)}$: $0 \leftarrow C_2^{(2)} \leftarrow 0$ $k \leq 2n-2$

$\mathbb{Q}\langle \ominus \rangle$ $H_k^{(2)} = \begin{cases} \mathbb{Q}, & k = 2 \\ 0, & k \neq 2 \end{cases}$

$G^{(3)}$: $0 \leftarrow G_2^{(3)} \leftarrow G_3^{(3)} \leftarrow G_4^{(3)} \leftarrow 0$

$\quad\quad\quad