

А. А. Максимов

Клеточный автомат в задаче поиска эталонов на бинарном изображении

Научный руководитель: к.т.н. доцент А. А. Короткин

Аннотация. В работе рассматривается задача поиска эталонной фигуры на черно-белом растровом изображении. Решением этой задачи будет изображение, содержащее только экземпляры эталонной фигуры. Предлагается клеточный автомат, который удаляет с исходного изображения связанные компоненты, не совпадающие с эталоном.

1. Постановка задачи

Черно-белое (бинарное) растровое изображение задается на прямоугольной решетке $L = \{1, 2, \dots, m\} \times \{1, 2, \dots, n\}$ функцией $F = [f_{ij}]$, $(i, j) \in L$, где черному цвету пикселя (i, j) соответствует значение $f_{ij} = 1$, а белому — $f_{ij} = 0$. Изображение F будем рассматривать как совокупность связанных компонент S_1, S_2, \dots, S_L черного цвета на белом фоне: $F = \{S_1, S_2, \dots, S_L\}$.

Пусть дано некоторое изображение F , на котором надо выделить связанные компоненты, представляющие собой заданную эталонную фигуру Φ . Решение этой задачи можно рассматривать как удаление из F всех компонент $S \in F$ таких, что $S \neq \Phi$.

2. Клеточный автомат

В качестве модели вычислительного устройства для решения поставленной задачи будем рассматривать двухмерный клеточный автомат (КА). КА — это дискретная динамическая система, представляющая собой однородную совокупность клеток, одинаковым образом соединенных между собой. Все клетки образуют так называемую решетку КА. Каждая клетка является конечным автоматом, состояния которого определяются состояниями соседних клеток и, возможно, ее собственным состоянием. Отметим, что в КА, как моделях вычислений, не рассматриваются входные и выходные воздействия. При аппаратной реализации КА обычно называют однородными структурами.

КА в общем случае характеризуются следующими свойствами:

- (1) Изменения значений всех клеток происходят одновременно после вычисления нового состояния каждой клетки решетки.
- (2) Взаимодействия локальны. Лишь клетки окрестности (как правило, соседние) способны повлиять на данную клетку.
- (3) Множество состояний клетки конечно.

Для обработки бинарного изображения F естественно рассматривать КА на решетке размера, совпадающего с размером обрабатываемого изображения $m \times n$ с двумя состояниями клеток — 0 и 1. Под окрестностью клетки (i, j) понимается совокупность соседних клеток

$$N(i, j) = \{(k, l) \in L : |k - i| \leq r \wedge |l - j| \leq r\},$$

где r — радиус окрестности. Далее будем рассматривать окрестности радиуса $r = 1$. Состояние клетки $\alpha = (i, j)$ в момент времени t будем задавать величиной $s_\alpha(t) \in \{0, 1\}$. Бинарная матрица состояний КА называется конфигурацией КА в данный момент времени.

Динамика КА определяется правилом перехода каждой клетки за один такт времени:

$$s_\alpha(t + 1) = \varphi[s_\beta(t), \beta \in N(\alpha)].$$

Для решения задачи поиска эталонных фигур построим КА с правилом (функцией) перехода φ следующим образом. Пусть $c \in \Phi$ — некоторая точка эталона Φ , $f(c) = 1$. Пусть N_c — окрестность точки c , X_c — конфигурация этой окрестности, т. е. бинарная матрица размера 3×3 . Пусть, далее, $X_\Phi = \{X_c, c \in \Phi\} = \{X_1, \dots, X_K\}$ — совокупность всех таких конфигураций для эталона Φ , полученных после удаления дубликатов. Определим функцию $g_k(x_c, X_c)$, $k = 1, \dots, K$

$$g_k(f(c), x(N_c)) = \begin{cases} 1, & \text{если } f(c) = 1 \text{ и } X_c = X_k; \\ 0, & \text{в противном случае.} \end{cases}$$

Определим теперь локальное правило переходов КА

$$\varphi_\Phi(c) = \bigvee_{k=1}^K g_k(f(c), X(N_c))$$

Функции подобного типа называются функциями Голея [1].

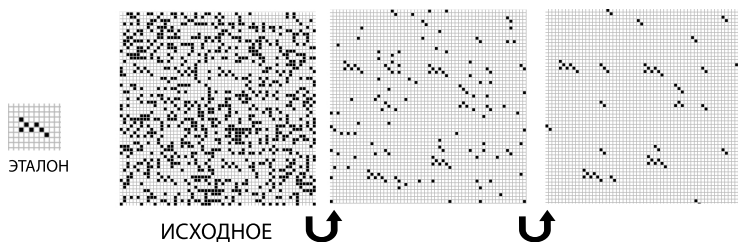
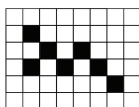


Рис. 1. Динамика работы клеточного автомата.

Рис. 2. Фигура Φ .

3. Результаты вычислительного эксперимента

Работа построенного КА иллюстрируется на рис.1, где приведены эталонная фигура, исходное изображение и динамика работы КА. Стационарная конфигурация КА получена за два такта.

Приведенный пример показывает, что КА не удаляет все ненужные компоненты, хотя значительно очищает изображение. Природа такого явления обсуждается в следующем разделе.

4. Обратная задача

Для объяснения явления «неудаляемого мусора» необходимо решить обратную задачу.

Фигурой $\Phi = \{c\}$ будем считать связную совокупность черных клеток c . Каждой клетке c фигуры Φ соответствует локальная конфигурация X_c . Пусть $X_\Phi = \{X_c, c \in \Phi\}$. Набор конфигураций X_Φ является основной характеристикой формы фигуры.

Поясним сказанное на следующем примере. На рис. 2 приведена фигура Φ из семи клеток. Построим для нее набор локальных конфигураций (рис. 3).

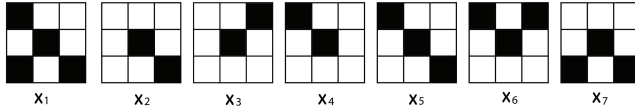


Рис. 3. Набор локальных конфигураций X_{Φ} .

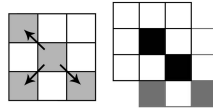


Рис. 4. Рассмотрение каждой клетки окрестности.

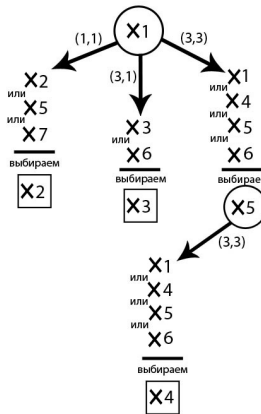
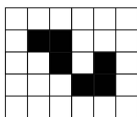


Рис. 5. Дерево решения

Рассмотрим задачу восстановления фигуры по заданному набору $X_{\Phi} = \{X_1, \dots, X_7\}$. Будем называть эту задачу обратной. Возьмем произвольную конфигурацию из набора X_{Φ} . Соответствующая окрестность представляет собой набор клеток, у каждой из которых имеется своя окрестность. Т.о., решение обратной задачи будет сведено к рассмотрению каждой клетки окрестности и сравнению ее окрестности с исходным набором (рис. 4). Это можно представить в

Рис. 6. Фигура Ψ .

виде дерева (рис. 5). Вершины дерева соответствуют конфигурациям из исходного набора, а дуги обозначают элемент матрицы 3×3 , который соответствует соседним клеткам. В ходе решения обратной задачи из начальной конфигурации X_1 была восстановлена фигура Φ' с набором конфигураций $X_{\Phi'} = \{X_1, X_2, X_3, X_4, X_5\} \subset X_{\Phi}$ (рис. 6).

Фигура Φ' не совпадает Φ . В общем случае из набора конфигураций можно получить несколько фигур, если при рассмотрении окрестной клетки будет создаваться неоднозначность выбора соответствующей конфигурации в исходном наборе. В то же время, если при выборе неоднозначности нет, то из набора можно построить только одну фигуру. На рис. 6 приведен пример фигуры Ψ , для набора конфигураций X_{Ψ} которой справедливо следующее утверждение. Для любого подмножества $X \subset X_{\Psi}$ не существует фигуры с набором локальных конфигураций X . Фигуры такого типа будем называть идеальными.

Очевидно, что причиной неудаления «мусора» при выделении заданного эталона является его неидеальность.

Список литературы

- [1] Престон К., Дафф М. Д. Основы клеточной логики с приложениями к обработке изображений в медицине. — ТИИЭР. Т. 67, №5. — М.: Мир, 1979. — 149-185 с.

A. A. Maksimov. *Cellular automaton in the problem of finding specified pattern in the binary image* // Proceedings of Junior research and development conference of Ailamazyan Pereslavl university. — Pereslavl, 2010. — p. 188–193. (*in Russian*).

ABSTRACT. In this paper we consider the problem of finding specified pattern in binary bitmapped image. By a result of solution is meant an image that contains only copies of the specified pattern. We propose 2D cellular automaton, which removes the connected components of the image that do not coincide with the pattern.

Key Words and Phrases: